

Y. Usson ; A. Montanvert.

"Reconstruction tridimensionnelle à partir des distances discrètes"

3ème Colloque "Géométrie discrète en imagerie : fondements et applications",
Strasbourg, 20-21 septembre 1993, p. 88-97.

RECONSTRUCTION TRIDIMENSIONNELLE A PARTIR DES DISTANCES DISCRETES

Yves USSON ; Annick MONTANVERT

Lab. TIMC - IMAG

CERMO - BP 53

38041 GRENOBLE cedex 9 - FRANCE

tél. 76.51.48.13 - fax. 76.51.49.48

email. Annick.Montanvert@imag.fr

Résumé :

Les images de distances sont couramment utilisées en analyse d'images, que ce soit pour la quantification, la description de formes, la décomposition d'objets ou la robotique.

Deux classes de méthodes existent pour construire une image de distance : les distances de chanfrein et la distance euclidienne. Après une présentation de ces distances et de leurs utilisations courantes, nous présenterons l'utilisation des cartes de distance pour la reconstruction tridimensionnelle : à partir d'images de distances déduites des images binaires de coupes extrémales, les images des coupes intermédiaires sont inférées.

1. Introduction

Une image est de nature discrète, codée la plupart du temps avec des entiers par souci d'efficacité de stockage et de calcul, et traitée par un ordinateur séquentiel.

Une transformée en distance génère, à partir d'une image binaire, une image en niveaux de gris dans laquelle chaque pixel objet a été affecté à sa distance au fond de l'image. Ce type de transformation est valable aussi bien pour des images (bi-dimensionnelles) que pour des volumes (tri-dimensionnels). L'étude des distances discrètes a commencé pour les images, leur mise en œuvre et leur utilisation pour les volumes est plus récente.

Si le concept d'image de distance est simple, sa mise en place nécessite réflexion, tout particulièrement pour définir des algorithmes efficaces et adaptés à la nature discrète d'une image.

Aussi après les distances de base d_4 (City Block) et d_8 (Chessboard) [ROSENFELD 82], qui reposent sur le principe de voisinage mais qui sont éloignées des valeurs fournies par la distance euclidienne d_E , deux classes de méthodes ont vu le jour. D'une part les distances de chanfrein [BORGEFORS 86] fournissent des valeurs entières proches de d_E et se calculent suivant les mêmes schémas algorithmiques que d_4 et d_8 . D'autre part pour avoir la distance euclidienne, ce sont deux images de déplacements relatifs qui doivent être stockées, et le schéma algorithmique est un peu plus complexe [DANIELSSON 80].

Quoi qu'il en soit les images de distances connaissent ensuite de multiples utilisations, en paramétrisation, description de formes, lissage et décomposition d'objets, étude de matériaux, robotique, etc.

Les principes essentiels des transformées en distance sont présentés en partie 2.

En partie 3, nous présentons une nouvelle utilisation des images de distance. Il s'agit de reconstruire un volume à partir de coupes. Les méthodes d'acquisition de structures 3D fonctionnent par projection, accumulation ou inférence à partir de coupes.

Cette dernière stratégie est souvent utilisée en étude de matériaux ou en biomédecine. Le mécanisme de coupes peut être destructeur (microtome) ou bien issu de matériels d'acquisition tels que des microscopes à confocal laser. Les "plans de coupe" sont alors parallèles, mais la résolution en z fournie par les différentes coupes n'est pas aussi précise que celles en x et en y dans le plan de coupe. Aussi il est indispensable, pour accéder au volume, de générer des coupes intermédiaires.

Diverses types de méthodes existent dans la littérature ; la nôtre repose que la construction d'une image de destinées à partir d'images de distances déduites des coupes initiales. Cette image de destinées indique pour chaque voxel du volume à reconstruire si il correspond à un voxel d'une structure en cours d'apparition ou en cours de disparition, et le cas échéant à quelle coupe doit avoir lieu cette transition.

2. Les distances discrètes

2.1. Principe

Etant donné une image binaire A, formée d'un fond et d'objets, la transformée en distance affecte à chaque point objet la valeur de sa distance au point fond le plus proche (Figure 1). L'étude de ces transformations relève du domaine de la géométrie discrète [CHASSERY 91].

Soit deux pixels P(i_P, j_P) et Q(i_Q, j_Q), les distances de base, d_4 et d_8 , sont définies par :

$$d_4(P, Q) = |i_P - i_Q| + |j_P - j_Q|$$

$$d_8(P, Q) = \max(|i_P - i_Q|, |j_P - j_Q|)$$

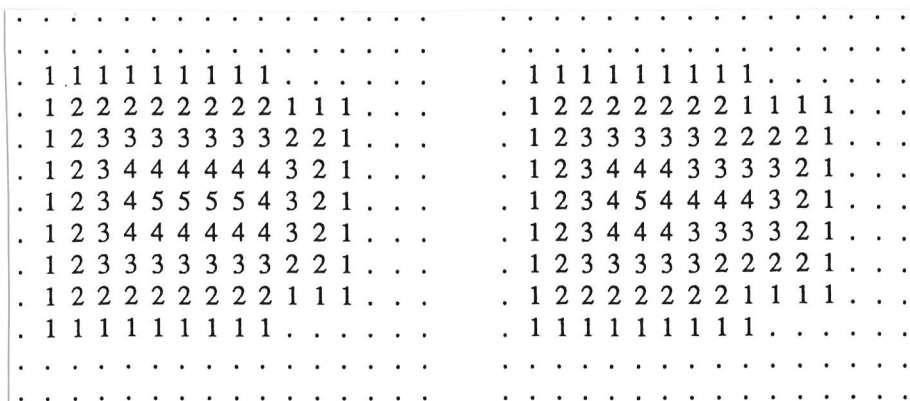


Figure 1. Images de distance pour d_4 et d_8 .

Un calcul de l'image de distance par consultation exhaustive des points objet et des points fond est d'une complexité $O(N^4)$, pour une image de taille $N \times N$. Une stratégie d'affectation des valeurs de distance par propagation à partir des points fond est d'une complexité $O(N^3)$.

Pour les distances d_4 et d_8 , un algorithme séquentiel en deux passages sur l'image peut être défini (complexité en $O(N^2)$). Les valeurs de distance calculées sont éloignées de celles de la distance euclidienne, mais le schéma algorithmique séquentiel qui permet de les calculer est à la base de celui utilisé pour les distances du chanfrein [ROSENFELD 82].

2.2. Distances du chanfrein

Les distances du chanfrein sont calculées par un algorithme de complexité $O(N^2)$, en deux balayages de l'image. Le choix de la taille du masque de pondération et des coefficients correspondants est effectué de manière à réduire l'erreur commise par rapport à la distance euclidienne [BORGEFORS 86]. Le premier coefficient du masque correspond à un facteur d'échelle sur l'image de distance. De plus, des contraintes peuvent être imposées à ces coefficients de manière à assurer que la transformation est bien une distance au sens mathématique du terme (définie positive, symétrique, inégalité triangulaire) [THIEL 92].

Les masques optimaux de taille 3×3 et 5×5 sont les suivants (Figure 2) :

$$Noyau_1 = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 4 \\ 3 & 0 & 3 \\ 4 & 3 & 4 \end{pmatrix} \quad Noyau_2 = \begin{pmatrix} . & 11 & . & 11 & . \\ 11 & 7 & 5 & 7 & 11 \\ . & 5 & 0 & 5 & . \\ 11 & 7 & 5 & 7 & 11 \\ . & 11 & . & 11 & . \end{pmatrix}$$

Pour calculer l'image de distance, le masque est décomposé en deux demi-masques :

$$Noyau_{1, avant} = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 4 \\ 3 & 0 & \end{pmatrix} \quad Noyau_{1, arrière} = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 4 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

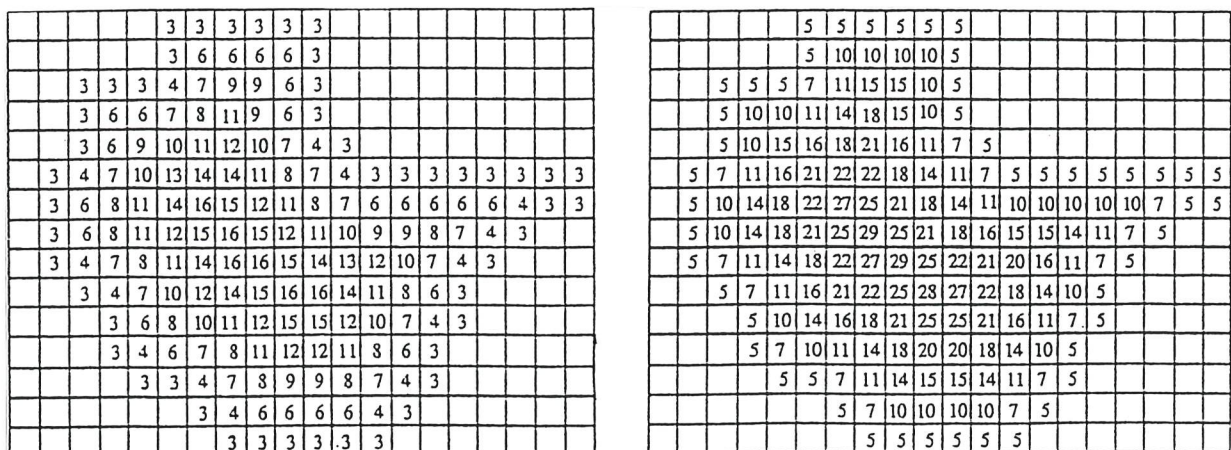


Figure 2. Images de distance pour d_{3-4} et d_{5-7-11} .

Puis l'algorithme suivant est appliqué :

Parcours avant :

pour $i = 1$ à N faire pour $j = 1$ à N faire
 $A(i,j) = \min_{(h,k)} (A(i+h, j+k) + \text{Noyau}_{u, \text{avant}}(h,k)) ;$

Parcours arrière :

pour $i = 1$ à N faire pour $j = 1$ à N faire
 $A(i,j) = \min_{(h,k)} (A(i+h, j+k) + \text{Noyau}_{u, \text{arrière}}(h,k)) ;$

Voici quelques exemples d'erreurs relatives par rapport à d_E (Figure 3) :

- 41.42% pour d_4 , 29.29% pour d_8 , 5.72% pour d_{3-4} , avec un masque 3×3 ;
- 1.98% pour d_{5-7-11} , avec un masque 5×5 ;
- 1.38% pour $d_{12-17-38-43}$, avec un masque 7×7 ;
- et même 0.47% avec un masque 11×11 .

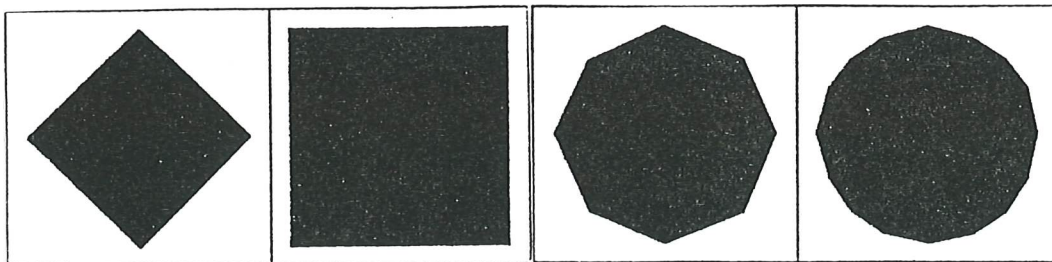


Figure 3. Les boules discrètes générées par les distances : d_4 , d_8 , d_{3-4} et d_{5-7-11} .

2.3. Distance euclidienne

On calcule pour chaque point objet un vecteur pointant sur l'un des points du fond les plus proches. On génère donc deux matrices d'entiers relatifs (au lieu d'une seule matrice d'entiers naturels pour les distances du chanfrein), de plus les algorithmes de calcul ne sont pas aussi simples [VINCENT 91]. Par contre l'accès au pixel générateur de la fonction de distance (par le vecteur) est un atout de la distance euclidienne, qui peut être exploité dans de nombreuses applications.

2.4. Utilisations des distances

Une image de distance caractérise la structure des objets qu'elle contient. En effet les pixels "au centre" des objets ont des valeurs élevées par rapport à ceux de la périphérie ; les pixels sur les zones de connexion entre objets ont des valeurs faibles par rapport aux zones voisines, etc. Nous citons ci-après quelques exemples d'utilisation des images de distance.

L'un des domaines les plus connus est celui des axes médians et des lignes médianes. L'axe médian, centre des boules maximales, assure un codage contraint par les objets du contenu de l'image [ARCELLI 88]. Les lignes médianes (ou squelettes pondérés) qui en découlent fournissent des opérateurs performants en description et manipulation de formes [ARCELLI 84]. La séparation d'agrégats en matériaux ou biologie est un exemple typique [THIEL 91].

Leur apport pour l'extraction de paramètres est aussi importante, car les paramètres peuvent alors intégrer des caractéristiques de distance, que ce soit en 2D ou en 3D [USSON 92, PARAZZA 93]. Dans le même ordre d'idée, le calcul de granulométries s'effectue de manière très efficace au moyen des distances discrètes [MONTANVERT 93], par construction rapide des opérations morphologiques d'érosion-dilatation.

La distance euclidienne permet aussi d'extraire des approximations polygonales ou de lisser des contours [HO 86, YE 88].

Plusieurs procédés de mise en correspondance de formes 2D ou 3D passent aussi par l'exploitation de cartes de distances [BORGEFORS 88, LAVALLEE 91].

La recherche de trajectoire d'un robot dans l'espace des positions ou dans l'espace de configurations peut s'appuyer sur les distances discrètes [DORST 91].

De plus, l'un des principaux apports des distances discrètes (chanfrein à plusieurs coefficients, euclidienne) est que les utilisations en aval deviennent robustes en rotation, tout en conservant une exécution rapide.

3. Reconstruction 3D

3.1. Etat de l'art

La reconstruction tridimensionnelle est nécessaire pour de nombreuses applications en biomédecine, lorsqu'un objet 3D n'est connu que par un nombre limité de coupes. Nous nous intéressons au cas où les coupes sont parallèles, et ont été segmentées en images binaires. Les différentes coupes ont une résolution en z qui est plus grande que la résolution en x et y dans le plan de coupe (microtome ou microscopie à confocal laser).

Notre but est d'inférer les coupes manquantes entre chaque paire de coupes ; nous décrirons donc le procédé de reconstruction entre deux images.

Plusieurs méthodes sont présentées dans la littérature. Lorsque les composantes connexes peuvent être associées deux à deux entre les coupes, deux stratégies peuvent être appliquées.

La plus connue consiste à construire une triangulation de la surface de l'objet : durant un parcours simultané de deux contours associés l'un à l'autre, des triangles élémentaires sont définis [FUCHS 77]. La surface ainsi définie peut être associée à une tétraédrisation de l'espace, reposant sur une triangulation de Delaunay des contours [BOISSONNAT 92].

Les coupes intermédiaires peuvent aussi être calculées en mettant en correspondance les lignes médianes des coupes initiales, puis en générant de nouveaux graphes. Chacun d'eux fournit une nouvelle coupe [ROLLAND 91].

L'un des inconvénients majeurs de ces méthodes est qu'elles nécessitent l'association deux à deux des composantes connexes entre les coupes. Aussi ces méthodes échouent lorsque les coupes sont complexes, ce qui est généralement le cas pour les applications réelles.

L'utilisation des images de distance pour la reconstruction 3D est apparue dans [RAYA 90], où la définition des différentes coupes peut être vue comme une succession d'érosions ou de dilatations.

Notre idée consiste à utiliser des images de distance construites à partir des deux coupes pour calculer une image de destinées. Plus précisément cette image de destinées va indiquer pour chaque pixel qui doit apparaître ou disparaître sur quelle coupe inférée ceci doit se produire. Pour cela l'image de différence entre les deux coupes est exploitée et permet de "déformer" progressivement la première coupe vers la seconde coupe en tenant compte de la géométrie des objets.

3.2. Méthode de reconstruction proposée

Soit A et B les deux images binaires des coupes successives fournies en entrée. Certaines parties de A sont communes avec celles de B, d'autres pas. Si on raisonne par composantes connexes, certaines disparaissent, d'autres apparaissent, enfin certaines sont transformées. Le passage progressif de A à B est défini par le calcul d'une image de destinées.

Chaque pixel se voit attribuée une destinée :

- un pixel commun à A et à B est inchangé (il sera présent sur toutes les coupes) ;
- un pixel présent dans A et absent dans B doit disparaître ;
- un pixel absent dans A et présent dans B doit apparaître.

Reste à savoir sur quelle coupe se changement doit se produire. On suppose que les coupes ne sont pas trop décalées les unes par rapport aux autres ; si tel était le cas, il vaudrait mieux faire une translation pour réaligner les coupes, puis la translation inverse une fois le volume reconstruit.

Les "dates" d'apparition ou de disparition sont déduites des images de distances de A, de B et de leurs complémentaires ; ce sont une composition des distances au bord de A et de B. Ceci va garantir que le passage de A à B est progressif, et est effectivement influencé par les deux coupes.

Notre approche est formalisée ci-après.

Notons \mathcal{L}^A et \mathcal{L}^B les composantes connexes dans respectivement A et B :

$$\mathcal{L}^A = \{\lambda_1^A, \dots, \lambda_p^A\} \text{ et } \mathcal{L}^B = \{\lambda_1^B, \dots, \lambda_q^B\}$$

\mathcal{A}_1 et \mathcal{A}_2 sont les deux sous-ensembles de \mathcal{L}^A définis par :

$$\mathcal{A}_1 = \{\lambda_n^A \in \mathcal{L}^A / \lambda_n^A \cap B \neq \emptyset \text{ et } \lambda_n^A \not\subset B\}$$

$$\mathcal{A}_2 = \{\lambda_n^A \in \mathcal{L}^A / \lambda_n^A \subset \overline{B}\}$$

\mathcal{B}_1 et \mathcal{B}_2 sont deux sous-ensembles de \mathcal{L}^B définis par :

$$\mathcal{B}_1 = \{\lambda_n^B \in \mathcal{L}^B / \lambda_n^B \cap A \neq \emptyset \text{ et } \lambda_n^B \not\subset A\}$$

$$\mathcal{B}_2 = \{\lambda_n^B \in \mathcal{L}^B / \lambda_n^B \subset \overline{A}\}$$

La destinée $Dest^{A \rightarrow B}$ d'un pixel (i,j) durant le processus d'inférence est donnée par :

$$Dest_{ij}^{A \rightarrow B} = \begin{cases} \text{naissance} & \text{si } (i,j) \in \overline{A} \cap B \\ \text{mort} & \text{si } (i,j) \in A \cap \overline{B} \\ \text{survivant} & \text{si } (i,j) \in A \cap B \\ \text{nil} & \text{si } (i,j) \notin A \cup B \end{cases}$$

$$Dest_{ij}^{A \rightarrow B}, \text{ date de naissance} = \begin{cases} \frac{\mathcal{DT}_{ij}^{\overline{A}}}{\mathcal{DT}_{ij}^{\overline{A}} + \mathcal{DT}_{ij}^B} & \text{si } (i,j) \in \overline{A} \cap \mathcal{B}_1 & (1) \\ \text{sinon} & & \\ \alpha \left(1 - \frac{\mathcal{DT}_{ij}^{\mathcal{B}_2}}{\max[\mathcal{DT}^{\mathcal{A}_2}, \mathcal{DT}^{\mathcal{B}_2}]} \right) & \text{si } (i,j) \in \mathcal{B}_2 & (2) \end{cases}$$

La date de naissance d'un pixel (i,j) est donnée par sa distance au plus proche contour de A, pondérée par la somme des distances aux plus proches contours de A et de B (1), ou bien est donnée par la distance au plus proche contour de B (2). Les coefficients de pondération contrôlent le passage progressif de A à B.

La date de mort d'un pixel est donnée par les formules similaires (3) et (4).

$$Dest_{ij}^{A \rightarrow B}, \text{ date de mort} = \begin{cases} \frac{\mathcal{DT}_{ij}^A}{\mathcal{DT}_{ij}^A + \mathcal{DT}_{ij}^B} & \text{si } (i,j) \in \mathcal{A}_1 \cap \overline{B} & (3) \\ \text{sinon} & & \\ \frac{\alpha \mathcal{DT}_{ij}^{\mathcal{A}_2}}{\max[\mathcal{DT}^{\mathcal{A}_2}, \mathcal{DT}^{\mathcal{B}_2}]} & \text{si } (i,j) \in \mathcal{A}_2 & (4) \end{cases}$$

où α est un coefficient entre 0 et 1.

Finalement, la valeur du pixel (i,j) sur la k-ième coupe inférée, notée I, est :

$$I_{ij}^k = \begin{cases} 1 & \text{si } (i,j) \in \overline{A} \cap B \text{ et } \frac{k}{k_{\max}} \geq Dest_{ij}^{A \rightarrow B} \\ 0 & \text{si } (i,j) \in \overline{A} \cap B \text{ et } \frac{k}{k_{\max}} < Dest_{ij}^{A \rightarrow B} \\ 0 & \text{si } (i,j) \in A \cap \overline{B} \text{ et } \frac{k}{k_{\max}} \geq Dest_{ij}^{A \rightarrow B} \\ 1 & \text{si } (i,j) \in A \cap \overline{B} \text{ et } \frac{k}{k_{\max}} < Dest_{ij}^{A \rightarrow B} \\ 1 & \text{si } (i,j) \in A \cap B \\ 0 & \text{si } (i,j) \notin A \cup B \end{cases}$$

où k est un ordre d'inférence tel que $0 \leq k \leq k_{\max}$ et k_{\max} le nombre de coupes à inférer.

3.3. Résultats

Deux exemples illustrent notre approche. Le premier exemple est issu de données synthétiques, le second exemple montre une application sur des données réelles.

Exemple synthétique

La section de départ contient un grand cercle qui intersecte les deux petits cercles de la section finale.

La figure 4 montre l'image de destinées, et trois vues de l'objet reconstruit avec 100 coupes inférées.

On constate que la jonction entre les deux "jambes" est continue et sans angularité marquée.

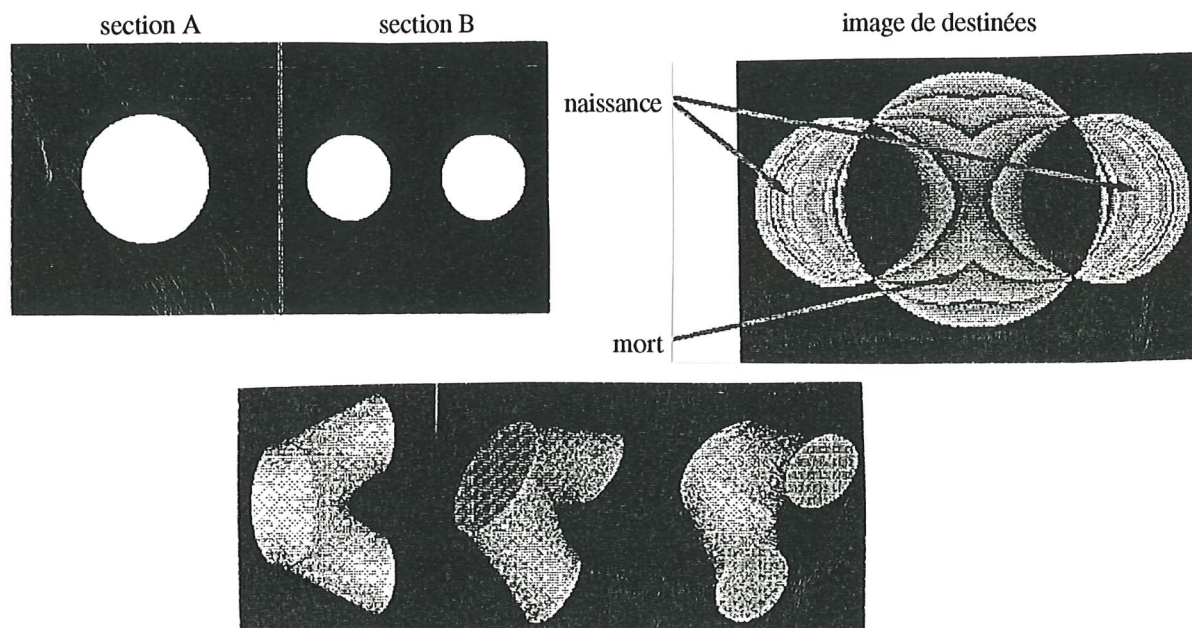


Figure 4. Exemple synthétique : 3 vues de l'objet reconstruit.

Reconstruction sur un cœur humain

Il s'agit ici de reconstruire les ventricules d'un fœtus de cœur humain. 22 sections sont fournies, et la distance entre deux sections est 12 fois la résolution de chaque image. La figure 5 montre la succession des coupes inférées entre les coupes 2 et 3, numérotées de 24 à 35.

La figure 6, à gauche, montre deux vues de l'objet reconstruit sans mécanisme d'inférence, simplement en empilant des cylindres (de 12 coupes) définis par les coupes successives ; on constate manifestement d'effet de créneaux, surtout quand le point de vue est perpendiculaire à l'axe vertical.

La figure 6, au centre, montre le résultat de notre méthode d'inférence. On remarque qu'un effet de raccordement apparaît encore au niveau de chaque coupe.

Le résultat est amélioré en appliquant une transformation sinusoïdale à l'image de destinées $Dest_{ij}^{A \rightarrow B}$, car les demi-tangentes sont alors plus proches à chaque coupe (figure 6, à droite).

4. Conclusion

Les distances discrètes sont utiles dans de nombreuses applications. Leurs points forts sont la réduction des temps de calcul, la robustesse des procédés, le support théorique sous-jacent.

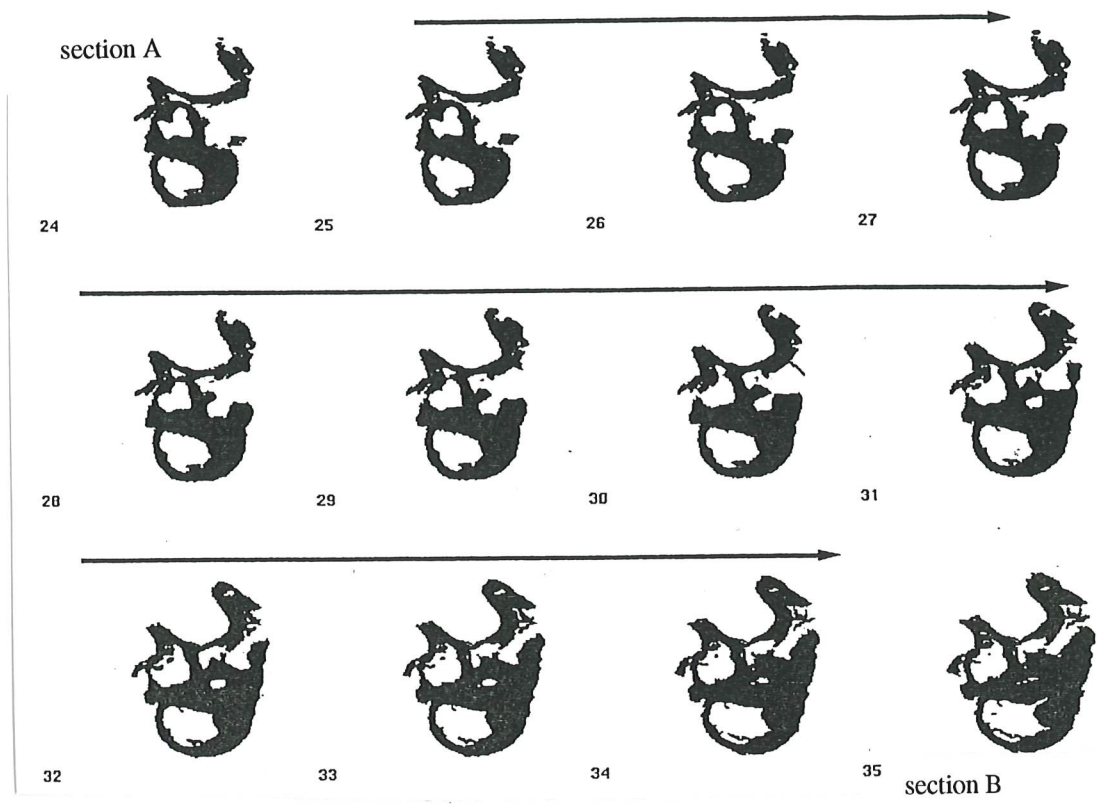


Figure 5. Série de 12 coupes inférées (cœur de fœtus humain).

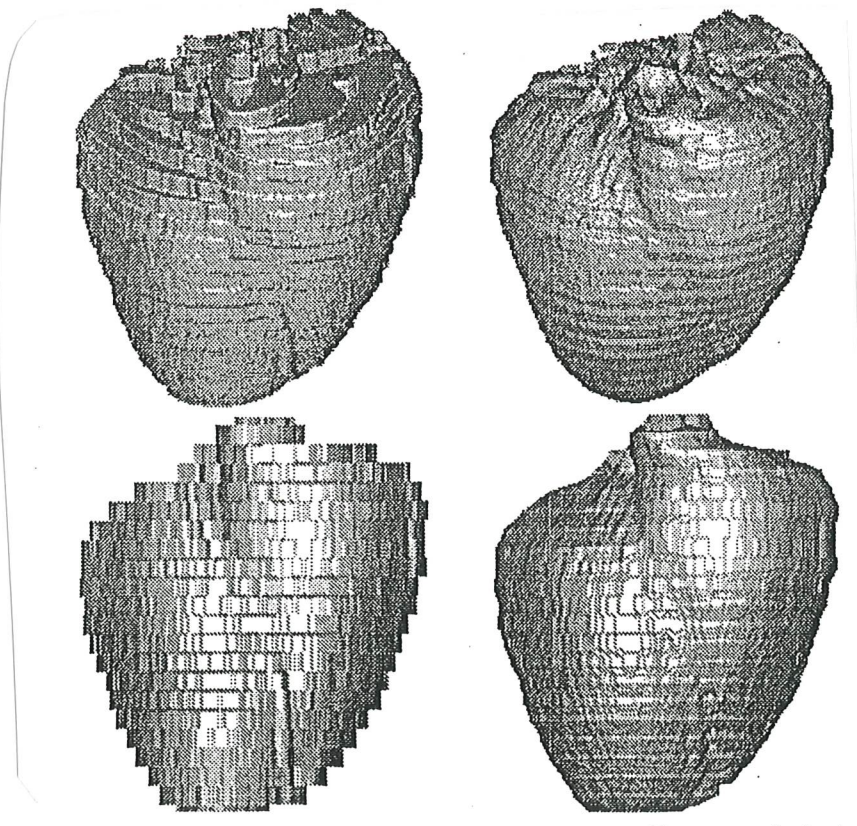


Figure 6. Vues du cœur reconstruit : à gauche : par empilement ; à droite : par inférence.

La méthode d'inférence de coupes proposée fournit des résultats très réalistes et ne se heurte à aucune des difficultés rencontrées par les méthodes jusqu'alors explorées.

Nous cherchons encore à améliorer nos résultats, entre autres en essayant de prendre en compte, durant notre inférence, de plusieurs coupes afin de faire complètement disparaître l'effet de striations.

Références

- [ARCELLI 84] C. Arcelli, G. Sanniti di Baja, "An approach to figure decomposition using width information", *CGIP*, vol. 26, 61-72, 1984.
- [ARCELLI 88] C. Arcelli, G. Sanniti di Baja, "Finding local maxima in a pseudo-euclidean distance transform", *CGIP*, vol. 43, 361-367, 88.
- [BOISSONNAT 92] J-D. Boissonnat, B. Geiger, "Three dimensional reconstruction of complex shapes based on the Delaunay triangulation", *Rap. Recherche INRIA*, n°1697, May 92.
- [BORGEFORS 86] G. Borgefors, "Distance transformations in digital images", *CVGIP*, vol. 34, 344-371, 1986.
- [BORGEFORS 88] G. Borgefors, "Hierarchical chamfer matching: a parametric edge matching algorithm", *IEEE trans. on PAMI*, vol. 10, 849-865, 1988.
- [CHASSERY 91] J-M. Chassery, A. Montanvert, Géométrie discrète en analyse d'images, éditions Hermès, 1991.
- [DANIELSSON 80] P.E. Danielsson, "Euclidean distance mapping", *Computer Graphics and Image Processing*, vol. 14, 227-248, 1980.
- [DORST 91] L. Dorst, I. Mandhyan, K. Trovato, "The geometrical representation of planning problems", *Robotics and Autonomous Systems*, vol. 7, 181-195, 1991.
- [FUCHS 77] H. Fuchs, Z.M. Kedem, S.P. Uzelton, "Optimal surface reconstruction from planar contours", *Com. of ACM*, vol. 20, 693-702, 77.
- [HO 86] S.B. Ho, C.R. Dyer, "Shape smoothing using medial axis properties", *IEEE tr. on PAMI*, v. 8, 512-520, 1986.
- [LAVALLEE 91] S. Lavallée, R. Szeliski, L. Brunie, "Matching 3D smooth surfaces with their 2D projections using 3D distance maps", *Proc. of SPIE, Geometric Models in Computer Vision*, July 25-26, San Diego, 1991.
- [MONTANVERT 93] A. Montanvert, Y. Usson, "Discrete distances applied to 2D granulometry and 3D reconstruction", *Proc. of the 8th SCIA*, May 25-28, Tromsø, Norway, 1153-1160, 1993.
- [PARAZZA 93] F. Parazza, C. Humbert, Y. Usson, "Method for 3D volumetric analysis of intranuclear fluorescence distribution", in press in *Computerized Medical Imaging and Graphics* 17:3/4, 1993.
- [RAYA 90] S.P. Raya, J.K. Udupa, "Shape-based interpolation of multidimensional objects", *IEEE trans. on Medical Imaging*, vol. 9, 3242, 1990.
- [ROLLAND 91] F. Rolland, A. Montanvert, J-M. Chassery, "Graph matching for 3D reconstruction from cross-sections using simulated annealing", *Proc. of the 7th SCIA*, August 13-16, Aalborg, Denmark, 395-402, 1991.
- [ROSENFELD 82] A. Rosenfeld and A.C. Kak, *Digital image processing*, Academic Press, New-York, 1982.
- [THIEL 91] E. Thiel, A. Montanvert, "Shape splitting from medial lines using the 3-4 chamfer distance", *International Workshop on Visual Form*, May 1991, Capri, published in Plenum Press, New York, 537-546.
- [THIEL 92] E. Thiel, A. Montanvert, "Chamfer masks: discrete distance functions, geometrical properties and optimization", *11th Int. Conf. on Pattern Recognition*, The Hague, The Netherlands, Aug. 30-Sept. 3, 244-247, 1992.
- [USSON 92] Y. Usson, C. Humbert, "Methods for topographical analysis of intra-nuclear BrdUrd-tagged fluorescence", *Cytometry* 13, 595-602, 92.
- [VINCENT 91] L. Vincent, "Exact euclidean distance function by chain propagation", *Proc. IEEE of Comp. Vision and Pattern Recognition*, Maui, Hawaii, June 3-6, 520-525, 91.
- [YE 88] Q-Z. Ye, "The signed euclidean distance transform and its applications", *Proc. 9th Int. Conf. Pattern Recognition*, Rome, 495-499, 88.