Calibrage automatique d’un scanner cone-beam en vu d’une reconstruction par l’algorithme FDK

Catherine Mennessier
Rolf Clackdoyle

ToRIID le 2/2/2009

Objectif:

• **calibrage automatique** des **paramètres géométriques** d'un scanner cone-beam tels que les paramètres soient au **format** approprié pour l'algorithme **FDK**.

• **estimation analytique** des paramètres en fonction des données (≠ méthodes itératives).

• aucune hypothèse sur le type de trajectoire (calibrage **indépendant pour chaque position** du système).

Plan

1. Définition du problème

On cherche à estimer les 9 paramètres :

- s_x, s_y, s_z,
- φ, η, θ,
- f, u_p, v_p

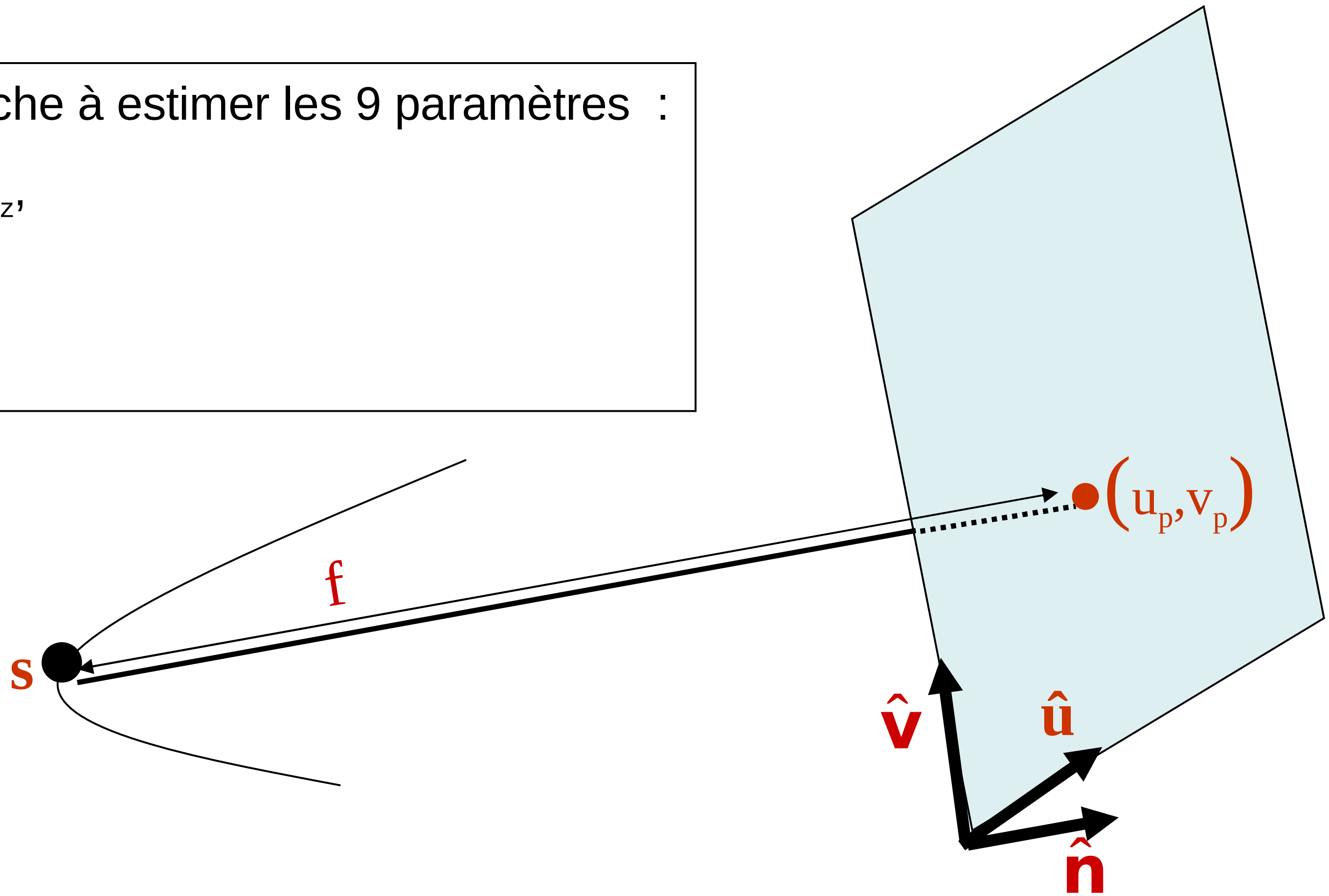

Fig1: paramètres géométriques du scanner.

2. Rappels sur les principes généraux des méthodes de calibrage

- Définition d'une mire 3D (un objet 3D de caractéristiques connus)
- Acquisition de sa projection
- Mise en correspondance de points 3D avec leur projections $(\mathbf{r_1},u_1,v_1)$, $(\mathbf{r_2},u_2,v_2)$, …
- Définition d'un système d'équations dépendant des paramètres cherchés et des mesures sous la forme

$$S(s_x,s_y,s_z,u_p,\ldots;\ (\mathbf{r_1},u_1,v_1))=0 \quad \text{(2 equ.)}$$

$$S(\underbrace{s_x,s_y,s_z,u_p,\ldots}_{\text{9 inconnues}};\ \underbrace{(\mathbf{r_2},u_2,v_2)}_{\text{connus}})=0 \quad \text{(2 equ.)}$$

$$\vdots \qquad \text{(2 equ.)}$$

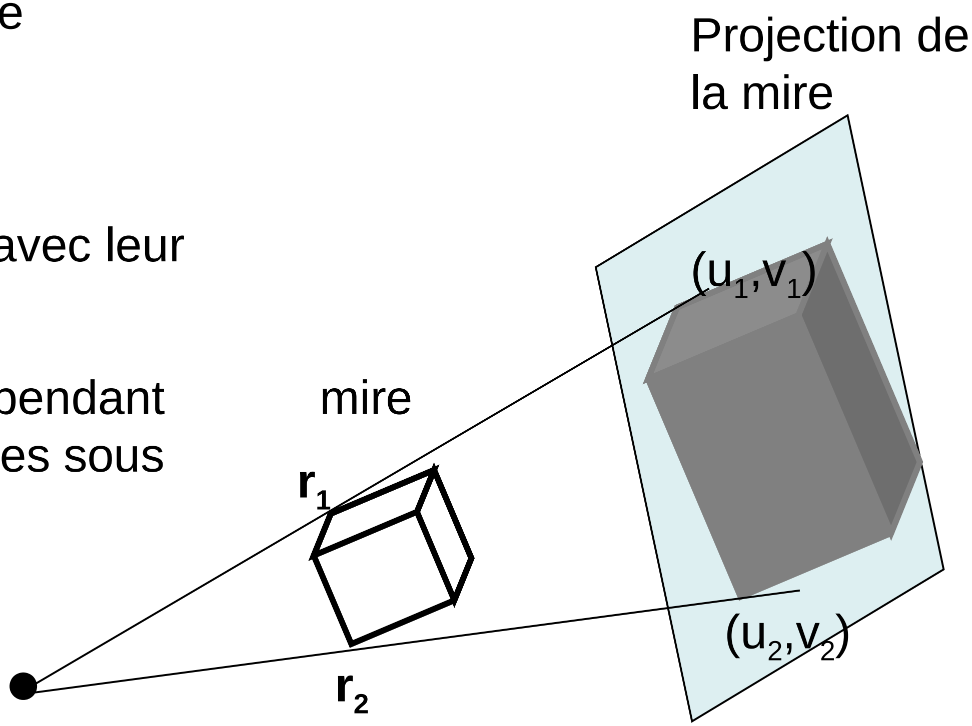

Fig2: une mire et sa projection.

5. Résolution de S pour estimer $s_x,s_y,s_z,u_p\ldots$

3. Méthode proposée: définition de la mire

<u>Préambule</u>: on s’intéresse, dans cet exposé, aux trajectoires presque planaires

<u>Mire constituée de 6 billes</u>:

- 2 billes/axe, symétriques/origine (Fig3)
- rotation de la mire ⇒ pas de chevauchement des projections des billes

Le repère du laboratoire sera lié à la mire

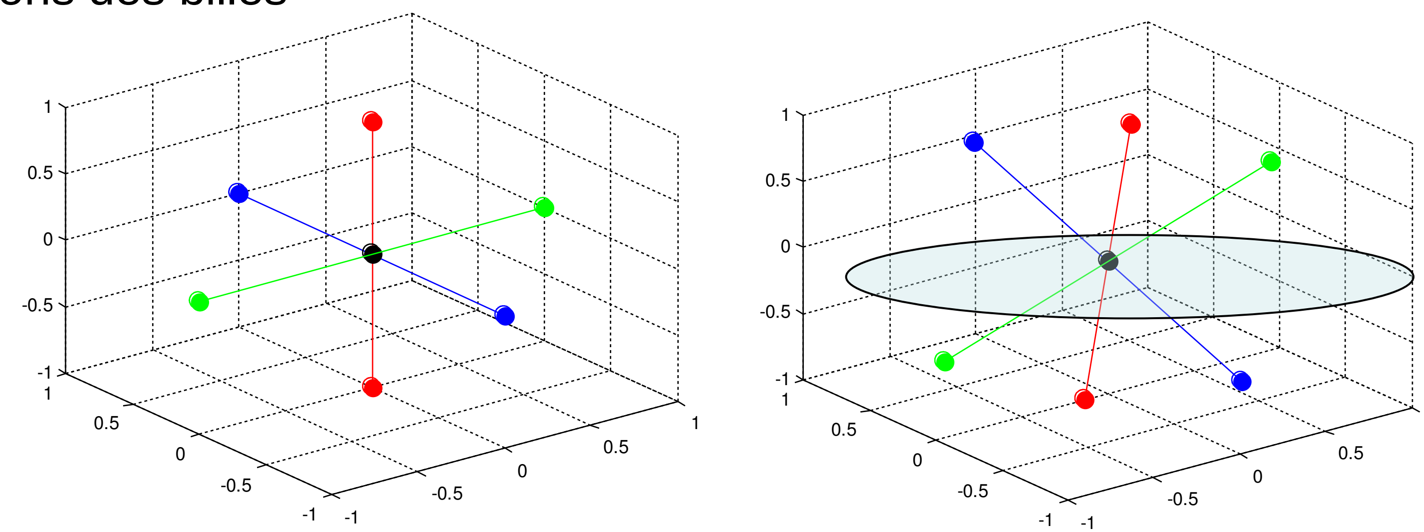

Fig3: définition de la mire. Sa rotation permet d’ éviter le chevauchement des projections des billes.

3. Méthode proposée: mise en correspondance, choix de points

- On utilise des billes de **densités différentes**. Leur projection apparait donc plus ou moins sombre sur les radiographies.
- On prend comme estimateur de la **projection du centre** des billes, le **barycentre** pondéré (par le niveau de gris) des ellipses.

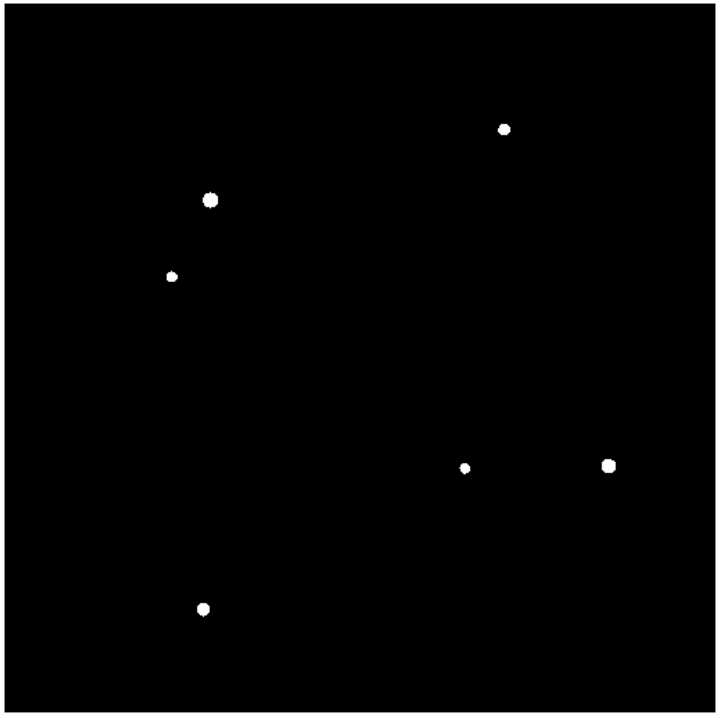

Fig4: une projection de la mire.

Après mise en correspondance bille/ellipse, on ne s'intéresse qu'aux centres des billes et à leur centres projetés (estimés via les barycentres).

3. Méthode proposée: système à résoudre

$$\begin{cases} \tilde{u}(\mathbf{r}) = u_p + f\,\dfrac{(\mathbf{r}-\mathbf{s}).\hat{\mathbf{u}}}{(\mathbf{r}-\mathbf{s}).\hat{\mathbf{n}}} \\[2ex] \tilde{v}(\mathbf{r}) = v_p + f\,\dfrac{(\mathbf{r}-\mathbf{s}).\hat{\mathbf{v}}}{(\mathbf{r}-\mathbf{s}).\hat{\mathbf{n}}} \end{cases}$$

Projection du centre de la mire

$$\begin{cases} \tilde{u}(\mathbf{r}) - u_c = \dfrac{\mathbf{a.r}}{\mathbf{c.r}+1} \\[2ex] \tilde{v}(\mathbf{r}) - v_c = \dfrac{\mathbf{b.r}}{\mathbf{c.r}+1} \end{cases} \quad (1)$$

u

v

avec

$$\begin{cases} \mathbf{a} = \dfrac{(u_p - u_c)\hat{\mathbf{n}} + f\,\hat{\mathbf{u}}}{-\hat{\mathbf{n}}.\mathbf{s}} \\[2ex] \mathbf{b} = \dfrac{(v_p - v_c)\hat{\mathbf{n}} + f\,\hat{\mathbf{v}}}{-\hat{\mathbf{n}}.\mathbf{s}} \\[2ex] \mathbf{c} = \dfrac{\hat{\mathbf{n}}}{-\hat{\mathbf{n}}.\mathbf{s}} \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} \tilde{u} = 0 + 100\,\dfrac{(10,0,50)\cdot(1,0,0)}{(10,0,50)\cdot(0,0,1)} = 20 \\[2ex] \tilde{v} = 0 + 100\,\dfrac{(10,0,50)\cdot(0,1,0)}{(10,0,50)\cdot(0,0,1)} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = \dfrac{100(1,0,0)}{50};\ b = \dfrac{100(0,1,0)}{50};\ c = \dfrac{(0,0,1)}{50} \\[2ex] u = \dfrac{100*10}{50(0+1)};\ v = \dfrac{0}{50(0+1)} \end{cases}$$

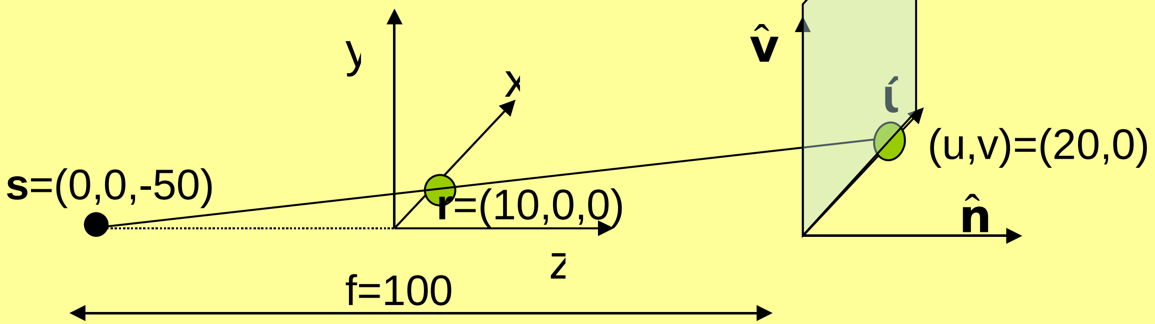

Fig4: exemple numérique de (1)

3. Méthode proposée: estimation des 9 paramètres

1. Estimation des vecteurs **(a, b, c)** via équation (1)

r_1=(k,0,0), r_2= (-k,0,0) $\Rightarrow$

$$u_1 = \frac{k\, a_x}{k\, c_x + 1}; u_2 = \frac{k\, a_x}{k\, c_x - 1}$$

$$v_1 = \frac{k\, b_x}{k\, c_x + 1}; v_2 = \frac{k\, b_x}{k\, c_x - 1}$$

$\Rightarrow$

$$a_x = \frac{2u_1 u_2}{k(u_2 - u_1)}; b_x = ..;$$

$$c_x = \frac{u_1 + u_2}{k(u_2 - u_1)}$$

2. Estimation des 9 paramètres à partir de **(a, b, c)** via équation (2)

$$\mathbf{u} = \varepsilon \frac{\mathbf{b} \times \mathbf{c}}{\|\mathbf{b} \times \mathbf{c}\|} \quad \mathbf{v} = -\varepsilon \frac{\mathbf{a} \times \mathbf{c}}{\|\mathbf{a} \times \mathbf{c}\|} \quad \mathbf{n} = -\varepsilon\, s_p \frac{\mathbf{c}}{\|\mathbf{c}\|},$$

$$f = \frac{\|\mathbf{a} \times \mathbf{c}\| + \|\mathbf{b} \times \mathbf{c}\|}{2\|\mathbf{c}\|^2} \quad (u_p, v_p) = \frac{(\mathbf{a} \cdot \mathbf{c}, \mathbf{b} \cdot \mathbf{c})}{2\|\mathbf{c}\|^2} + (u_c, v_c),$$

$$\mathbf{s} = \frac{s_p}{\|\mathbf{c}\|}\left(\frac{\mathbf{a} \times \mathbf{c}}{\|\mathbf{a} \times \mathbf{c}\|}\mathbf{u} + \frac{\mathbf{b} \times \mathbf{c}}{\|\mathbf{b} \times \mathbf{c}\|}\mathbf{v} - \varepsilon \mathbf{n}\right)$$

avec $\varepsilon = -s_P \operatorname{sgn}(a \times b \cdot c)$ et

$s_P = \{1 \text{ si pinhole et -1 si cone-beam}\}$.

3. Quelques résultats par simulations numériques

Paramètres de la simulation:

- détecteur: 512*512 pixels
- résolution 0.5mm/pixel
- focale 450mm
- rayon de la trajectoire 300mm
- 180 projections
- $k \approx 70$mm

3. Quelques résultats par simulations numériques

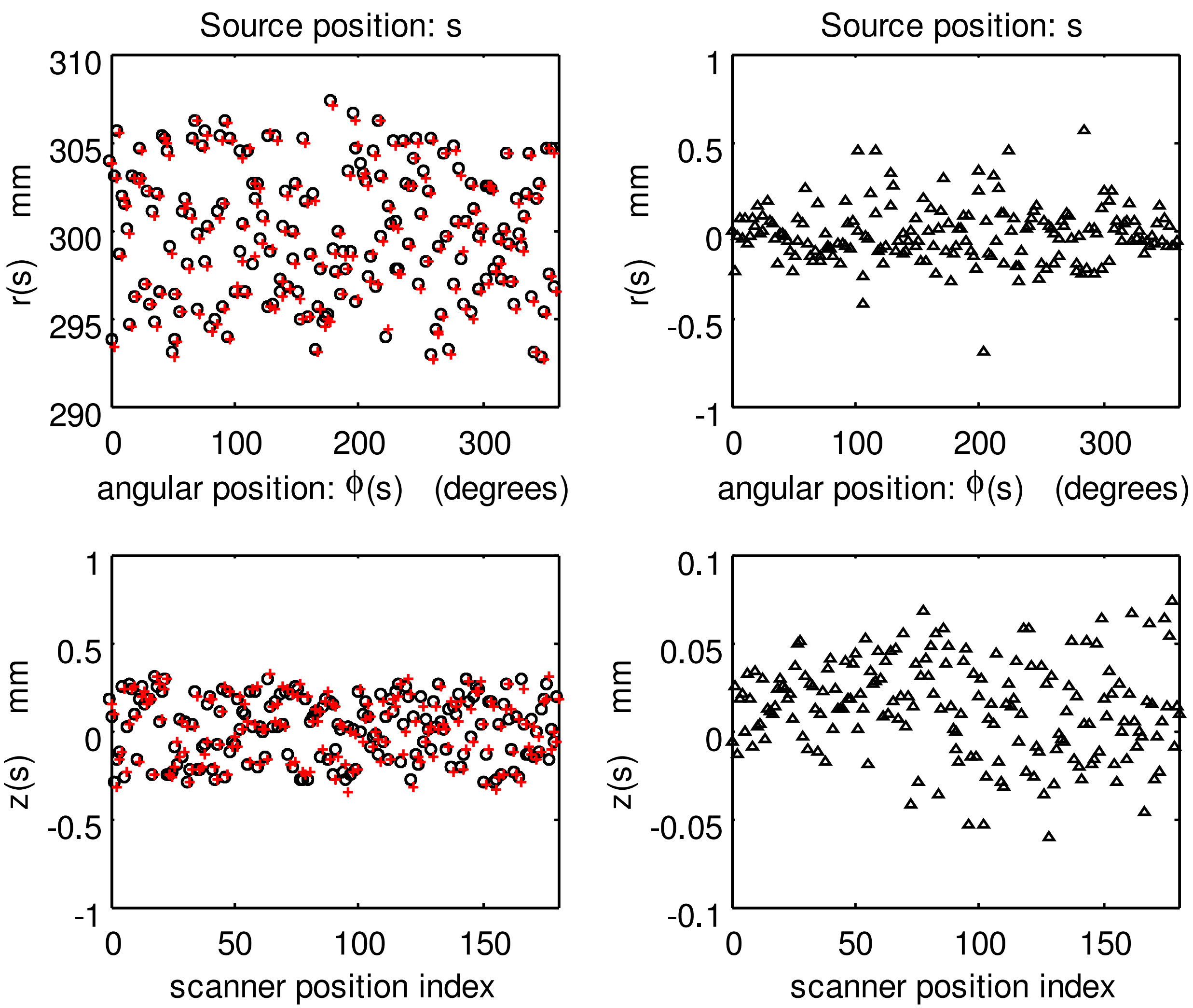

*Fig5: estimation de la **source** (g); erreur sur l'estimation (d).*

3. Quelques résultats par simulations numériques

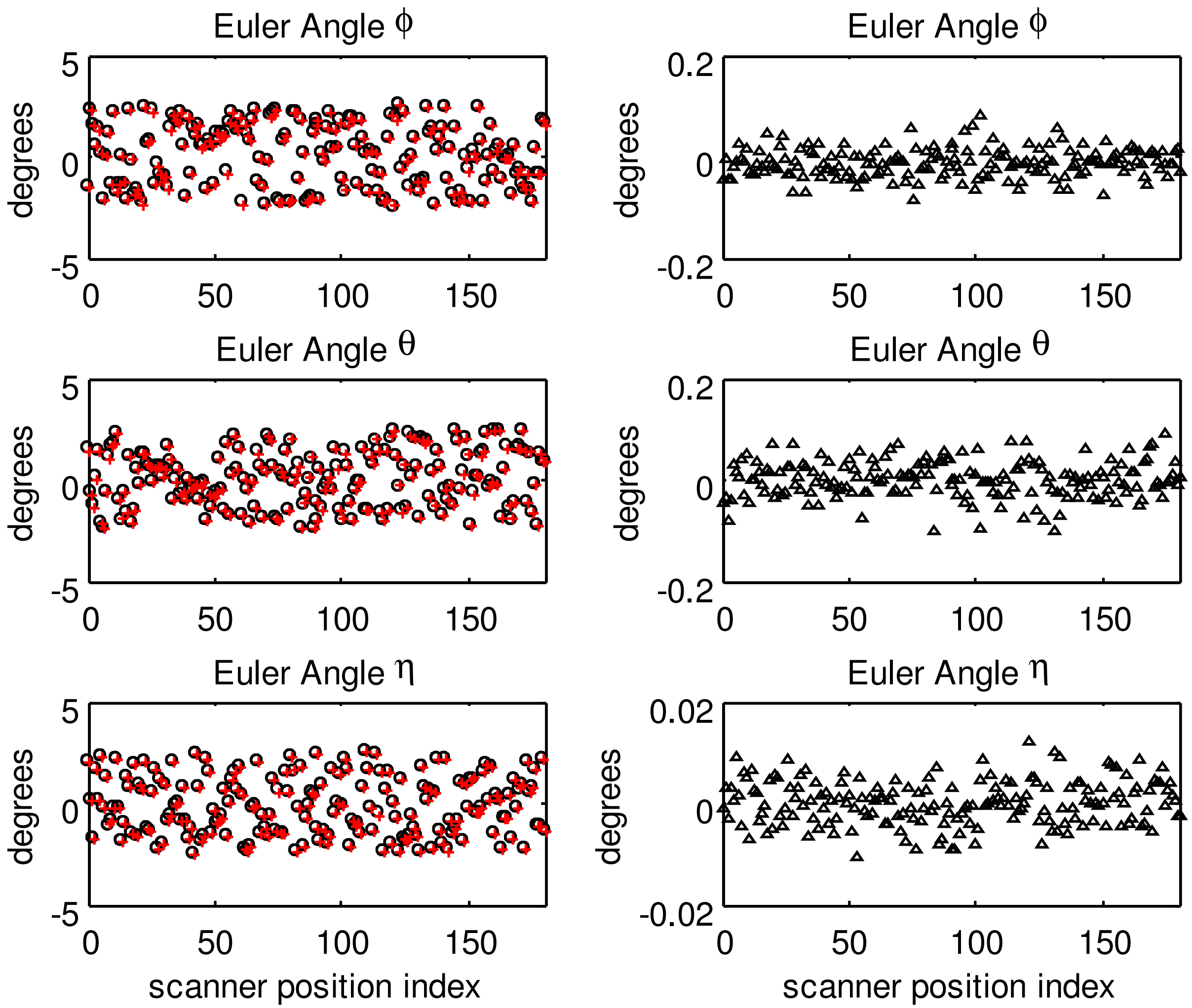

Fig6: estimation des ***angles d'Euler*** *(g); erreur sur l'estimation (d).*

3. Quelques résultats par simulations numériques

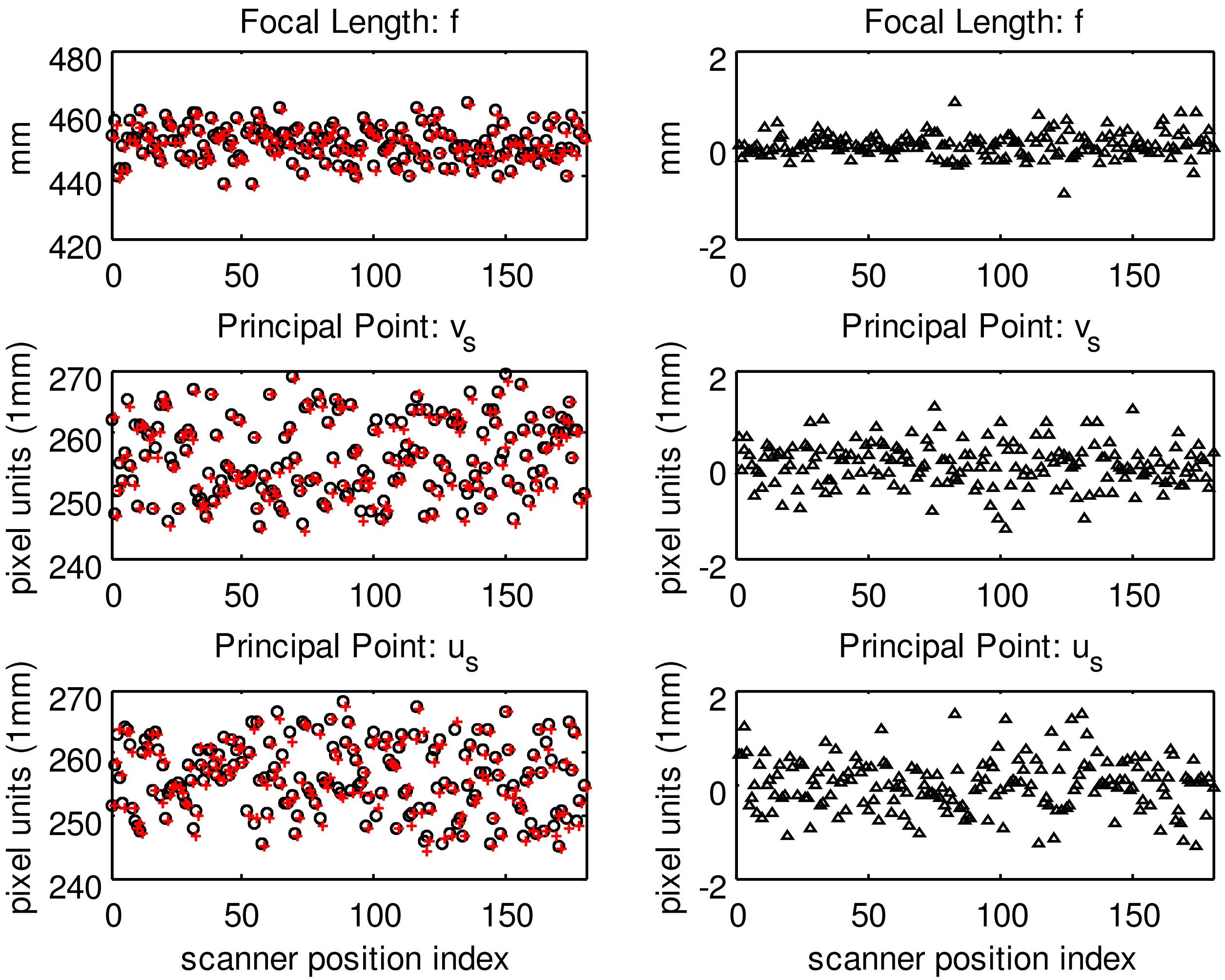

Fig8: estimation des paramètres intrinsèques (g); erreur sur l’estimation (d).

4. Reconstruction FDK

1. Changement de référentiel
   - Les paramètres sont exprimés dans le repère de la mire, ce qui n'est pas adapté à une reconstruction FDK: le meilleur cercle contenant la trajectoire est estimé; les paramètres sont exprimés dans un nouveau repère adapté.
2. Reconstruction FDK
   - Le filtrage est effectué perpendiculaire à l'axe de rotation. Les projections sont supposées angulairement régulièrement espacées.
   - On pourrait prendre en compte les perturbations du système (orientation du détecteur, échantillonnage angulaire irrégulier) lors du filtrage.

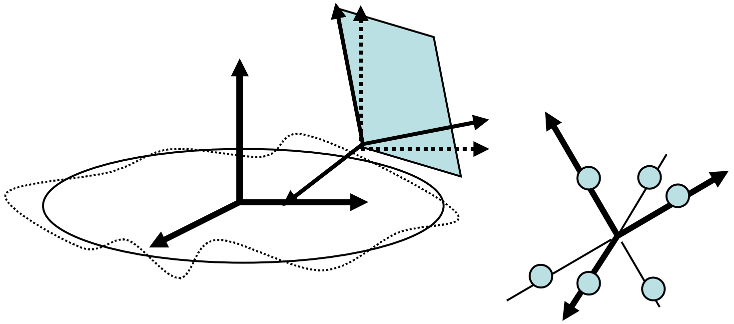

Fig9: estimation du meilleur cercle contenant la trajectoire et changement de repère.

4. Reconstruction FDK

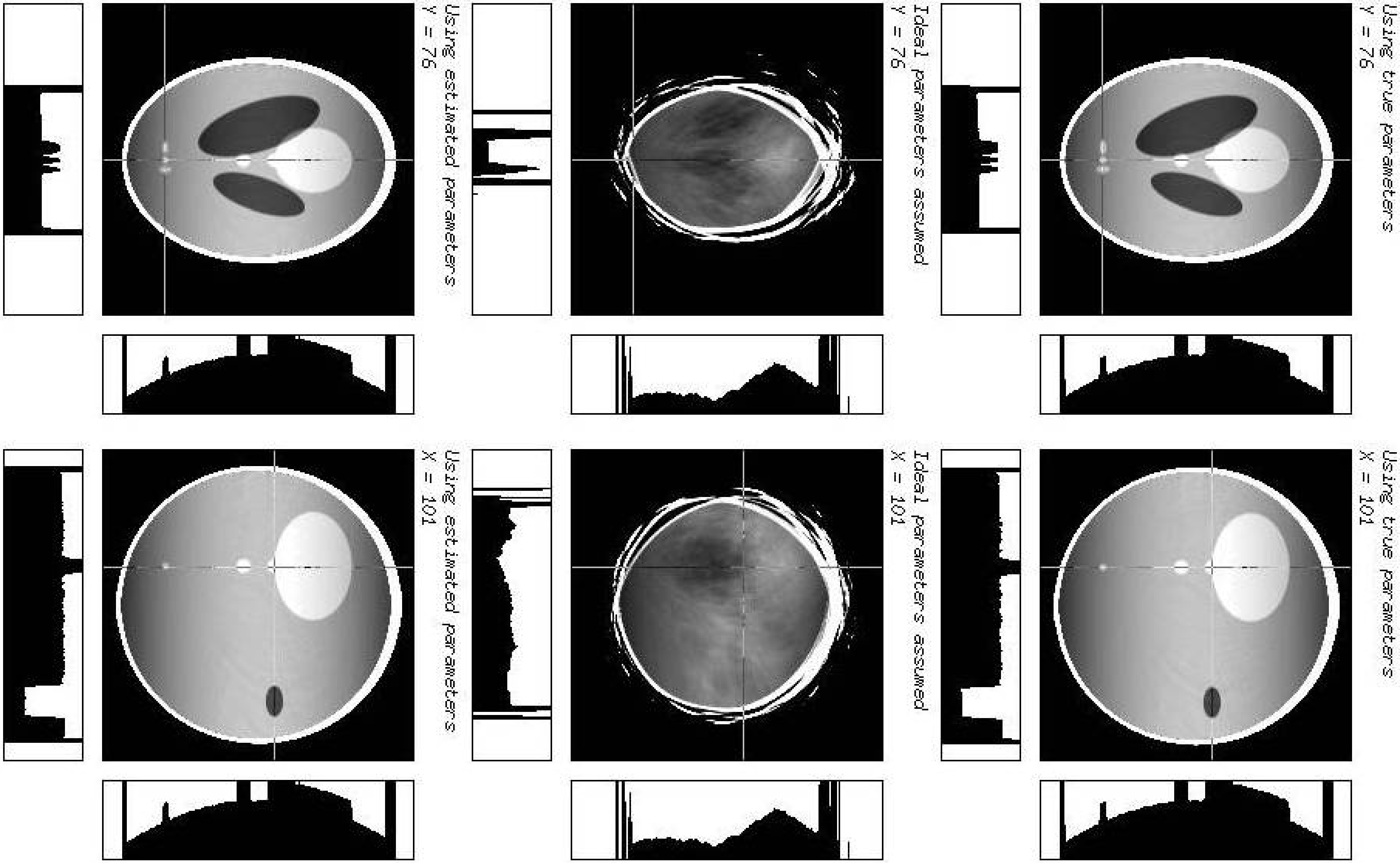

Fig10: reconstruction du Shepp Logan: (g) avec vrais paramètres, (c) si système idéal supposé, (d) avec paramètres du calibrage.

5. Conclusion et perspectives

1. Conclusion
    - Calibrage automatique pour une trajectoire presque planair
    - Reconstruction FDK
    - Pour une trajectoire plus générale, il faut augmenter le nombre de billes de la mire du fait des chevauchements
2. Perspectives
    - Correction algorithme FDK pour prendre en compte le non alignement du système