Introduction

Résolution

Régularisation

Minimisation

Conclusion

\_ . . . .

# Méthodes itératives pour la déconvolution aveugle de données multidimensionnelles hétérogènes

Ferréol Soulez

Journées TORIID — 2 mars 2009

#### Introduction

blèmes inverse

Déconvolution

Déconvolution multidimonsionnalle

Résolution

Régularisation

Minimisation

Conclusion

Récultate

# Introduction

Introduction

Déconvolution
Déconvolution

Résolution

Régularisation

Minimisatio

Conclusion

Résultat

Soit un modèle m reliant, aux erreurs e près, les paramètres x et les données y:

$$y = m(x) + e$$

Problème inverse

Quels sont les meilleurs paramètres x compte tenu des données y et du modèle m?

Il peut y avoir beaucoup de paramètres ( $e.g. \gtrsim 10^6$ ) et même plus de paramètres que de mesures :  $N_x \gtrsim N_y$ .

Introduction

Déconvolution Déconvolution

Résolution

Régularisation

Minimisatio

Conclusio

Résulta

Soit un modèle m reliant, aux erreurs e près, les paramètres x et les données y:

$$y = m(x) + e$$

Problème inverse

Quels sont les meilleurs paramètres x compte tenu des données y et du modèle m?

Il peut y avoir beaucoup de paramètres ( $e.g. \gtrsim 10^6$ ) et même plus de paramètres que de mesures :  $N_x \gtrsim N_y$ .

Introduction

Déconvolution Déconvolution

Résolution

Régularisation

iviinimisatio

Conclusion

Résulta

Soit un modèle m reliant, aux erreurs e près, les paramètres x et les données y:

$$y = m(x) + e$$

Problème inverse

Quels sont les meilleurs paramètres x compte tenu des données y et du modèle m?

Il peut y avoir beaucoup de paramètres ( $e.g. \gtrsim 10^6$ ) et même plus de paramètres que de mesures :  $N_x \gtrsim N_y$ .

Introduction

Déconvolution Déconvolution

Résolution

Régularisation

Minimisation

Conclusion

Résultat

Soit un modèle m reliant, aux erreurs e près, les paramètres x et les données y:

$$y = m(x) + e$$

Problème inverse

Quels sont les meilleurs paramètres x compte tenu des données y et du modèle m?

Il peut y avoir beaucoup de paramètres ( $e.g. \gtrsim 10^6$ ) et même plus de paramètres que de mesures :  $N_x \gtrsim N_y$ .

Introduction

Déconvolution Déconvolution

Résolution

5/ 1/1/1/1

0 . . . . . . . . . . . .

Conclusio

Résulta

Soit un modèle m reliant, aux erreurs e près, les paramètres x et les données y:

$$y = m(x) + e$$

Problème inverse

Quels sont les meilleurs paramètres x compte tenu des données y et du modèle m?

Il peut y avoir beaucoup de paramètres ( $e.g. \gtrsim 10^6$ ) et même plus de paramètres que de mesures :  $N_x \gtrsim N_y$ .

Introduction

Déconvolution Déconvolution

Récolution

ricooldion

. rogular loatioi

Willinisauc

Conclusion

Résulta

Soit un modèle m reliant, aux erreurs e près, les paramètres x et les données y:

$$y = m(x) + e$$

#### Problème inverse

Quels sont les meilleurs paramètres x compte tenu des données y et du modèle m?

Il peut y avoir beaucoup de paramètres ( $e.g. \gtrsim 10^6$ ) et même plus de paramètres que de mesures :  $N_x \gtrsim N_y$ .

Introduction

Déconvolution Déconvolution

Résolution

Régularisation

Minimisation

Conclusion

Soit un modèle m reliant, aux erreurs e près, les paramètres x et les données y:

$$y = m(x) + e$$

#### Problème inverse

Quels sont les meilleurs paramètres x compte tenu des données y et du modèle m?

Il peut y avoir beaucoup de paramètres ( $e.g. \gtrsim 10^6$ ) et même plus de paramètres que de mesures :  $N_x \gtrsim N_y$ .

Introduction

Déconvolution
Déconvolution

Résolution

Regularisation

-----

Conclusion

Résultat

Soit un modèle m reliant, aux erreurs e près, les paramètres x et les données y:

$$y = m(x) + e$$

#### Problème inverse

Quels sont les meilleurs paramètres x compte tenu des données y et du modèle m?

Il peut y avoir beaucoup de paramètres ( $e.g. \gtrsim 10^6$ ) et même plus de paramètres que de mesures :  $N_x \gtrsim N_y$ .

Introduction

roblèmes inverse:

Déconvolution

multidimensionnel

Résolution

Dágularicatio

Minimisation

Conclusion

Résultats

$$y = \mathbf{H} \cdot x + e.$$

Introduction

Problèmes inverses

Déconvolution

Déconvolution multidimensionnel

Résolution

Régularisation

Minimisation

Conclusion

Résultat

$$y = \mathbf{H} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{e} .$$



Objet

Introduction

Problèmes inverses

Déconvolution
Déconvolution
multidimensionnelle

Résolution

Régularisation

Minimisation

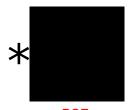
Conclusion

Résultat

$$y = \mathbf{H} \cdot x + e.$$







PSF

Déconvolution





Objet

**PSF** 

+ Bruit

Introduction

Problèmes inverses
Déconvolution

Déconvolution multidimensionnelle

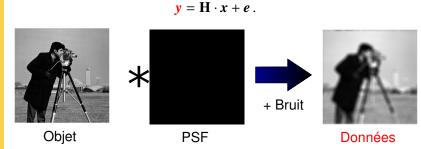
Résolution

Régularisation

Minimisation

Conclusion

Resultat



#### Formation de données multidimensionnelles

Introduction

Problèmes inverses Déconvolution

Déconvolution multidimensionnelle

Résolution

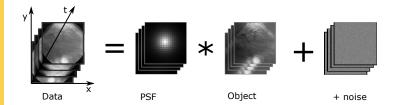
Régularisation

wimimisau

Conclusion

Resultat

Exemple, séquence video (x,z,t):



Introduction

#### Résolution

MV Approche Maximum posteriori

Déconvolut Aveugle

Régularisation

Minimisation

Conclusion

Résultats

# Résolution

#### Déconvolution : Maximum de vraisemblance

Introduction

Dácolution

Résolution

Approche Maxii posteriori

Déconvolution Aveugle

Regularisation

wiiiiiiisauoi

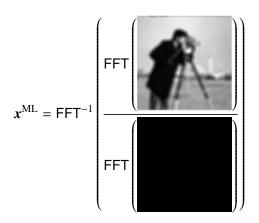
Conclusion

Résultats

La solution au sens du maximum de vraisemblance est identique à l'inversion directe :

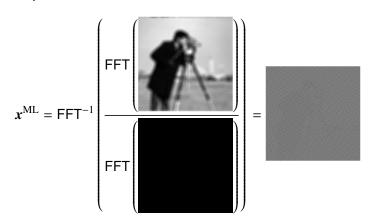
#### Déconvolution: Maximum de vraisemblance

La solution au sens du maximum de vraisemblance est identique à l'inversion directe :



#### Déconvolution: Maximum de vraisemblance

La solution au sens du maximum de vraisemblance est identique à l'inversion directe :



Introduction

Résolution

Approche Maximum a

MV

Déconvolution

Aveugle

Régularisation

Conclusion

Dácultata

$$x_{\text{MAP}} = \arg \max_{x} \Pr(x | y)$$

Introduction

Résolution

MV
Approche Maximum a

Déconvolutio

Aveugle

riegularisatio

Conclusion

Résultats

$$x_{\text{MAP}} = \arg \max_{x} \Pr(x \mid y)$$

$$\Pr(x \mid y) = \frac{\Pr(y \mid x) \Pr(x)}{\Pr(y)}$$
 (théorème de Bayes)

Introduction

Résolution

MV Approche Maximum a

Déconvolutio

Aveugle

riogularioalio

Minimisation

Conclusion

Résultats

$$x_{\text{MAP}} = \arg \max_{x} \Pr(x \mid y)$$

$$\Pr(x \mid y) = \frac{\Pr(y \mid x) \Pr(x)}{\Pr(y)} \quad \text{(th\'eor\'eme de Bayes)}$$

$$-\log \Pr(x \mid y) = -\log \Pr(y \mid x) - \log \Pr(x) + \log \Pr(y)$$

Introduction

Résolution

MV Approche Maximum a

Déconvolutio Aveugle

Regularisatio

Minimication

Conclusion

Résultats

$$x_{\text{MAP}} = \arg \max_{x} \Pr(x \mid y)$$

$$\Pr(x \mid y) = \frac{\Pr(y \mid x) \Pr(x)}{\Pr(y)} \quad \text{(th\'eor\'eme de Bayes)}$$

$$-\log \Pr(x \mid y) = -\log \Pr(y \mid x) - \log \Pr(x) + \underline{\log} \Pr(y)$$

Introduction

Résolution

MV Approche Maximum a

Déconvolutio Aveugle

Regularisatio

Canalusia

Résultats

$$x_{\text{MAP}} = \arg \max_{x} \Pr(x \mid y)$$

$$\Pr(x \mid y) = \frac{\Pr(y \mid x) \Pr(x)}{\Pr(y)} \quad \text{(théorème de Bayes)}$$

$$-\log \Pr(x \mid y) = -\log \Pr(y \mid x) - \log \Pr(x) + \underbrace{\log \Pr(y)}_{x \text{MAP}} = \arg \min_{x} \underbrace{\left\{-\log \Pr(y \mid x) - \log \Pr(x)\right\}}_{x \text{MAP}}$$

Introduction

Résolution

MV Approche Maximum a

Déconvolutio Aveugle

Régularisatio

\_

Conclusion

$$x_{\text{MAP}} = \arg \max_{x} \Pr(x | y)$$

$$\Pr(x | y) = \frac{\Pr(y | x) \Pr(x)}{\Pr(y)} \quad \text{(théorème de Bayes)}$$

$$-\log \Pr(x | y) = -\log \Pr(y | x) - \log \Pr(x) + \log \Pr(y)$$

$$x_{\text{MAP}} = \arg \min_{x} \left\{ -\log \Pr(y | x) - \log \Pr(x) \right\}$$

Introduction

Résolution

MV Approche Maximum a

Déconvolution Aveugle

Régularisatio

Conclusion

$$x_{\text{MAP}} = \arg \max_{x} \Pr(x \mid y)$$

$$\Pr(x \mid y) = \frac{\Pr(y \mid x) \Pr(x)}{\Pr(y)} \quad \text{(théorème de Bayes)}$$

$$-\log \Pr(x \mid y) = -\log \Pr(y \mid x) - \log \Pr(x) + \log \Pr(y)$$

$$x_{\text{MAP}} = \arg \min_{x} \left\{ \underbrace{-\log \Pr(y \mid x)}_{f_{\text{data}}(x)} \underbrace{-\log \Pr(x)}_{f_{\text{prior}}(x)} \right\}$$

Introduction

Résolution

MV Approche Maximum a

Déconvolution Aveugle

Régularisation

Conclusio

Résultats

$$x_{\text{MAP}} = \arg \max_{x} \Pr(x \mid y)$$

$$\Pr(x \mid y) = \frac{\Pr(y \mid x) \Pr(x)}{\Pr(y)} \quad \text{(théorème de Bayes)}$$

$$-\log \Pr(x \mid y) = -\log \Pr(y \mid x) - \log \Pr(x) + \log \Pr(y)$$

$$x_{\text{MAP}} = \arg \min_{x} \left\{ \underbrace{-\log \Pr(y \mid x)}_{f_{\text{data}}(x)} \underbrace{-\log \Pr(x)}_{f_{\text{prior}}(x)} \right\}$$

$$= \arg \min_{x} f_{\text{post}}(x)$$

# Maximum a posteriori

Introduction

MV Approche Maximum a

Déconvolution

Aveogle

riogularioalior

Minimisation

Conclusion

Résultats

#### $f_{\text{post}}(x)$ = fonction pénalisante **a posteriori** :

$$f_{\text{post}}(\boldsymbol{x}) = f_{\text{data}}(\boldsymbol{x}) + f_{\text{prior}}(\boldsymbol{x})$$

#### $f_{ m data}(x)$ = terme de **vraisemblance** (attache aux données)

$$f_{\text{data}}(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} (\mathbf{y} - \mathbf{m}(\mathbf{x}))^{\text{T}} \cdot \mathbf{C}_{\text{e}}^{-1} \cdot (\mathbf{y} - \mathbf{m}(\mathbf{x})),$$
$$= \frac{1}{2} \sum_{k=Pixels} w_k (y_k - \mathbf{m}(\mathbf{x})_k)^2.$$

#### $f_{\text{prior}}(x)$ = terme de **régularisation** (a priori)

$$f_{\text{prior}}(x) = \mu \times \Omega(x)$$
.

# Maximum a posteriori

Introduction

MV Approche Maximum a

Déconvolution

Aveugle

riegularisatioi

Conclusion

$$f_{\text{post}}(x)$$
 = fonction pénalisante **a posteriori** :

$$f_{\text{post}}(\boldsymbol{x}) = f_{\text{data}}(\boldsymbol{x}) + f_{\text{prior}}(\boldsymbol{x})$$

#### $f_{\text{data}}(x)$ = terme de **vraisemblance** (attache aux données) :

$$f_{\text{data}}(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} (\mathbf{y} - \mathbf{m}(\mathbf{x}))^{\text{T}} \cdot \mathbf{C}_{\text{e}}^{-1} \cdot (\mathbf{y} - \mathbf{m}(\mathbf{x})),$$
$$= \frac{1}{2} \sum_{k=Pixels} w_k (y_k - \mathbf{m}(\mathbf{x})_k)^2.$$

 $f_{\text{prior}}(x)$  = terme de **régularisation** (a priori)

$$f_{\text{prior}}(x) = \mu \times \Omega(x)$$
.

# Maximum a posteriori

Introduction

MV Approche Maximum a

Déconvolution Aveuale

riogularioalior

Conclusio

Coriolasio

 $f_{\text{post}}(x)$  = fonction pénalisante **a posteriori** :

$$f_{\text{post}}(\mathbf{x}) = f_{\text{data}}(\mathbf{x}) + f_{\text{prior}}(\mathbf{x})$$

 $f_{\text{data}}(x)$  = terme de **vraisemblance** (attache aux données) :

$$f_{\text{data}}(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} (\mathbf{y} - \mathbf{m}(\mathbf{x}))^{\text{T}} \cdot \mathbf{C}_{\text{e}}^{-1} \cdot (\mathbf{y} - \mathbf{m}(\mathbf{x})),$$
$$= \frac{1}{2} \sum_{k=Pixels} w_k (y_k - m(\mathbf{x})_k)^2.$$

 $f_{\text{prior}}(x)$  = terme de **régularisation** (a priori) :

$$f_{\text{prior}}(\mathbf{x}) = \mu \times \Omega(\mathbf{x})$$
.

# Cas de la déconvolution aveugle

Introduction

Résolution

Approche Maximu

Déconvolution

Aveugle

negularisatio

Minimisation

Conclusion

Résultats

#### PSF h et objet x inconnus

Estimer h et x d'après les données y: Déconvolution aveugle.

#### Critère à minimiser

$$f_{\text{post}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{h}) = f_{\text{data}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{h}; \boldsymbol{y}) + f_{\text{prior}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{h}),$$

# Cas de la déconvolution aveugle

Introduction

ésolution

Approche Maximur

Déconvolution Aveugle

Régularisation

Conclusion

#### PSF h et objet x inconnus

Estimer h et x d'après les données y: **Déconvolution aveugle**.

#### Critère à minimiser

$$f_{\text{post}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{h}) = f_{\text{data}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{h}; \boldsymbol{y}) + f_{\text{prior}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{h}),$$

# Cas de la déconvolution aveugle

introduction

ésolution

Approche Maximur

Déconvolution Aveugle

Régularisatio

Conclusio

#### PSF h et objet x inconnus

Estimer h et x d'après les données y: **Déconvolution aveugle**.

#### Critère à minimiser

$$f_{\text{post}}(\mathbf{x}, \mathbf{h}) = f_{\text{data}}(\mathbf{x}, \mathbf{h}; \mathbf{y}) + f_{\text{prior}}(\mathbf{x}, \mathbf{h}),$$
  
=  $f_{\text{data}}(\mathbf{x}, \mathbf{h}; \mathbf{y}) + f_{\text{prior}}(\mathbf{x}) + f_{\text{prior}}(\mathbf{h}).$ 

#### Introduction

#### Résolution

#### Régularisation

Régularisati séparable

Régularisation

spatiale de l'obje

spatiale de la PS

#### WIIIIIIIISauoii

Résultats

# Régularisation

# Régularisation séparable

Introduction

Dámiladast

Régularisation Principe

Régularisation séparable

Taxonomie Régularisation

Régularisation

spatiale de la PSF Autres dimensions

Minimisation

Conclusion

#### Idée:

Régularisation séparable suivant les dimensions de l'objet :

$$f_{\text{prior}}(x) = f_{\text{spatial}}(x) + f_{\text{spectral}}(x) + f_{\text{temporel}}(x)$$

Une régularisation spatiale

$$f_{\mathrm{spatial}}(\mathbf{x}) = \sum_{\lambda,t} \alpha_{\lambda,t} \, \Omega_{\mathrm{spatial}}(\mathbf{x}_{\lambda,t})$$

Une régularisation spectrale

$$f_{\text{spectral}}(x) = \sum_{k,t} \beta_{k,t} \Omega_{\text{spectral}}(x_{k,t})$$

Une régularisation temporelle

$$f_{\text{temporel}}(x) = \sum_{l,k} \mu_{\lambda,k} \, \Omega_{\text{temporel}}(x_{\lambda,k})$$

# Régularisation séparable

Introduction

B.C. Date of

Régularisation Principe

#### Régularisation séparable

Taxonomie Régularisation spatiale de l'obje

Régularisation spatiale de la PSF

Minimisation

IVIIIIIIIISauoii

Récultate

### Idée:

Régularisation séparable suivant les dimensions de l'objet :

$$f_{\text{prior}}(x) = f_{\text{spatial}}(x) + f_{\text{spectral}}(x) + f_{\text{temporel}}(x)$$

Une régularisation spatiale

$$f_{\text{spatial}}(\mathbf{x}) = \sum_{\lambda,t} \alpha_{\lambda,t} \, \Omega_{\text{spatial}}(\mathbf{x}_{\lambda,t})$$

Une régularisation spectrale

$$f_{\text{spectral}}(x) = \sum_{k,t} \beta_{k,t} \Omega_{\text{spectral}}(x_{k,t})$$

Une régularisation temporelle

$$f_{\text{temporel}}(x) = \sum_{\lambda,k} \mu_{\lambda,k} \Omega_{\text{temporel}}(x_{\lambda,k})$$

# Régularisation séparable

Introduction

Resolution

Régularisatio

Régularisation

séparable Taxonomie

Régularisation spatiale de l'obje Régularisation

spatiale de la PSF

Autres dimensions

Minimisation

iviii iii iioddioi i

Récultate

### Idée:

Régularisation séparable suivant les dimensions de l'objet :

$$f_{\text{prior}}(\mathbf{x}) = f_{\text{spatial}}(\mathbf{x}) + f_{\text{spectral}}(\mathbf{x}) + f_{\text{temporel}}(\mathbf{x})$$

Une régularisation spatiale

$$f_{\text{spatial}}(\mathbf{x}) = \sum_{\lambda,t} \alpha_{\lambda,t} \, \Omega_{\text{spatial}}(\mathbf{x}_{\lambda,t})$$

Une régularisation spectrale

$$f_{\text{spectral}}(\mathbf{x}) = \sum_{k,t} \beta_{k,t} \Omega_{\text{spectral}}(\mathbf{x}_{k,t})$$

Une régularisation temporelle

$$f_{\text{temporel}}(x) = \sum_{\lambda,k} \mu_{\lambda,k} \Omega_{\text{temporel}}(x_{\lambda,k})$$

# Régularisation séparable

introductio

Régularisa

Principe Régularisation

Régularisation séparable

Régularisation spatiale de l'objet Régularisation continue de la PSI

Autres dimensions

Minimisation

Résultats

# ldée :

Régularisation séparable suivant les dimensions de l'objet :

$$f_{\text{prior}}(\mathbf{x}) = f_{\text{spatial}}(\mathbf{x}) + f_{\text{spectral}}(\mathbf{x}) + f_{\text{temporel}}(\mathbf{x})$$

Une régularisation spatiale

$$f_{\text{spatial}}(\mathbf{x}) = \sum_{\lambda,t} \alpha_{\lambda,t} \Omega_{\text{spatial}}(\mathbf{x}_{\lambda,t})$$

Une régularisation spectrale

$$f_{\text{spectral}}(\mathbf{x}) = \sum_{k,t} \beta_{k,t} \Omega_{\text{spectral}}(\mathbf{x}_{k,t})$$

Une régularisation temporelle

$$f_{\text{temporel}}(\mathbf{x}) = \sum_{\lambda,k} \mu_{\lambda,k} \, \Omega_{\text{temporel}}(\mathbf{x}_{\lambda,k})$$

# Forme générale de la régularisation

Introduction

Régularisatio

Principe Régularisat

séparable

### Taxonomie

spatiale de l'obje

Régularisation

Autres dimensis

Minimisation

Résultats

### Forme générale

$$\Omega_{\rm S}(\boldsymbol{x}) = \sum_k \psi_k(\boldsymbol{x})\,,$$

# Forme générale de la régularisation

Introduction

1103010

Régularisat

Principe Págularicatio

#### séparable Taxonomie

Régularisation

### spatiale de l'ob

Régularisation

spatiale de la PSF

Conclusion

Résultats

# Forme générale

$$\Omega_{\rm S}(\boldsymbol{x}) = \sum_k \psi_k(\boldsymbol{x})\,,$$

### Avec $\psi_k(x)$ :

• Total Variation [Rudin et al. 1992]

$$\psi_k(\mathbf{x}) = \sqrt{(\nabla_{\mathrm{E}} \cdot \mathbf{x})_k^2 + (\nabla_{\mathrm{N}} \cdot \mathbf{x})_k^2}.$$

• maximum d'entropie (avec a priori p) [Skilling&Bryan 1984] :

$$\psi_k(\mathbf{x}) = \left[ p_k - x_k + x_k \log(x_k/p_k) \right]$$

• Contrainte de support + positivité [Kundur1996]

$$\Omega_{\mathrm{S}}(\mathbfit{x}) = \sum_{\mathbf{x} \in \mathbf{S}} \left[ \min(\mathbfit{x} - \mathsf{B} \mathsf{g}, 0) \right]^2 + \gamma \sum_{\mathbf{x} \in \mathbf{S}} \left[ \mathbfit{x} - \mathsf{B} \mathsf{g} \right]^2$$

# Forme générale de la régularisation

Introduction

Régularisation

Principe

Régularisat séparable

### Taxonomie

Régularisation spatiale de l'obi

Régularisation

spatiale de la PS

Minimication

IVIII III III III GUUGI

Dácultata

### Forme générale

$$\Omega_{\rm S}(\mathbf{x}) = \sum_k \psi_k(\mathbf{x})\,,$$

### Le plus souvent un opérateur linéaire du type :

$$\psi_k(\mathbf{x}) = \varphi([\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{B}]_k).$$

où  $\varphi$  est une métrique (éventuellement pondérée).

### A permet de changer d'espace (ou pas)

- espace de fourier,
- espace des ondellettes,
- espace des "gradient"
- **a**

Introduction

Régularisatio

Principe Pégulariest

Régularisat séparable

Taxonomie

Régularisation

Spatiale de l'Obj

spatiale de la PSF

Autres dimensions

Minimisation

0----

Résultats

### $\varphi$ est une métrique :

- Positive :  $\varphi(t) \ge 0$ ,
- **Définie** :  $\varphi(t) = 0$  si et seulement si t = 0,
- Symétrique :  $\varphi(-t) = \varphi(t)$ ,  $\forall t$ ,
- Croissante monotone :  $t > t'\varphi(t) \ge \varphi(t') \Rightarrow \forall \{t, t'\},\$

Dans le cas quadratique  $(\varphi = ||.||_{\mathbf{W}}^2)$ 

$$\Omega_{S}(x) = \left[\mathbf{A} \cdot x + \mathbf{B}\right]^{T} \cdot \mathbf{W} \cdot \left[\mathbf{A} \cdot x + \mathbf{B}\right]$$

a priori gaussien avec  $W = Cov^{-1}(A \cdot x)$ .

Si  $f_{\text{data}}(x)$  est **quadratique** alors la solution est **analytique**. (si  $\mathbf{A} = \mathbf{I}$ , on a le filtre de Wiener).

Introduction

Régularisatio

Principe

Régularisati séparable

Taxonomie

Régularisation

Dágulariantian

spatiale de la PSF

Autres dimensions

....

Conclusion

Résultats

### $\varphi$ est une métrique :

- Positive :  $\varphi(t) \ge 0$ ,
- **Définie** :  $\varphi(t) = 0$  si et seulement si t = 0,
- Symétrique :  $\varphi(-t) = \varphi(t)$ ,  $\forall t$ ,
- Croissante monotone :  $t > t' \varphi(t) \ge \varphi(t') \Rightarrow \forall \{t, t'\},\$

# Dans le cas quadratique $(\varphi = ||.||_{\mathbf{W}}^2)$

$$\Omega_{S}(x) = \left[ \mathbf{A} \cdot x + \mathbf{B} \right]^{T} \cdot \mathbf{W} \cdot \left[ \mathbf{A} \cdot x + \mathbf{B} \right]$$

a priori gaussien avec  $W = Cov^{-1}(A \cdot x)$ 

Si  $f_{\text{data}}(x)$  est **quadratique** alors la solution est **analytique**. (si  $\mathbf{A} = \mathbf{I}$ , on a le filtre de Wiener).

Taxonomie

### $\varphi$ est une métrique :

- Positive :  $\varphi(t) \geq 0$ ,
- **Définie** :  $\varphi(t) = 0$  si et seulement si t = 0,
- Symétrique :  $\varphi(-t) = \varphi(t)$ ,  $\forall t$ ,
- Croissante monotone :  $t > t' \varphi(t) \ge \varphi(t') \Rightarrow \forall \{t, t'\},\$

## Dans le cas quadratique $(\varphi = ||.||_{\mathbf{W}}^2)$

$$\Omega_{S}(x) = \left[ \mathbf{A} \cdot x + \mathbf{B} \right]^{T} \cdot \mathbf{W} \cdot \left[ \mathbf{A} \cdot x + \mathbf{B} \right]$$

a priori gaussien avec  $\mathbf{W} = \text{Cov}^{-1}(\mathbf{A} \cdot \mathbf{x})$ .

Introduction

..........

Régularisatio

Principe Régularisati

Régularisation séparable

#### Taxonomie Régulariaction

spatiale de l'obj

Régularisation

Autres dimension

wiiiiiiiioau

Conclusion

Résultats

### $\varphi$ est une métrique :

- Positive :  $\varphi(t) \geq 0$ ,
- **Définie** :  $\varphi(t) = 0$  si et seulement si t = 0,
- Symétrique :  $\varphi(-t) = \varphi(t)$ ,  $\forall t$ ,
- Croissante monotone :  $t > t'\varphi(t) \ge \varphi(t') \Rightarrow \forall \{t, t'\},\$

## Dans le cas quadratique $(\varphi = ||.||_{\mathbf{W}}^2)$

$$\Omega_{S}(x) = \left[ \mathbf{A} \cdot x + \mathbf{B} \right]^{T} \cdot \mathbf{W} \cdot \left[ \mathbf{A} \cdot x + \mathbf{B} \right]$$

a priori gaussien avec  $\mathbf{W} = \operatorname{Cov}^{-1}(\mathbf{A} \cdot \mathbf{x})$ .

Si  $f_{\text{data}}(x)$  est **quadratique** alors la solution est **analytique**. (si A = I, on a le filtre de Wiener).

# Normes L<sub>0</sub> et L<sub>1</sub>

Introduction

Régularisation

Principe Régularisation

séparable Taxonomie

### iaxonomii

Regularisation enatiale de l'obi

Régularisation

spatiale de la PS

Minimisation

Conclusion

Résultats

### La parcimonie :

Il y a *a priori* peu de coefficients significatifs dans l'espace "d'arrivé" de  ${\bf A}$ .

Cela signifie

$$\Omega_{\mathbf{S}}(\mathbf{x}) = \sum_{k} \|(\mathbf{A} \cdot \mathbf{x})_{k}\|_{0} .$$

Problème combinatoire NP-Dur

Le résultat peut être approché en utilisant la norme L<sub>1</sub> [Tao...

$$\Omega_{\mathcal{S}}(x) = \sum_{k} \|(\mathbf{A} \cdot x)_{k}\|_{1}$$

# Normes L<sub>0</sub> et L<sub>1</sub>

Introduction

Régularisatio

Régularisation

séparable Taxonomie

### Iaxonomie

spatiale de l'obj

Régularisation spatiale de la PSF

Autres dimension

Minimisation

Dácultata

### La parcimonie :

Il y a *a priori* peu de coefficients significatifs dans l'espace "d'arrivé" de  ${\bf A}$ .

### Cela signifie:

$$\Omega_{\rm S}(\boldsymbol{x}) = \sum_k \|(\mathbf{A} \cdot \boldsymbol{x})_k\|_0 .$$

Problème combinatoire NP-Dur

Le résultat peut être approché en utilisant la norme L<sub>1</sub> [Tao... 1 ·

$$\Omega_{\mathbf{S}}(\mathbf{x}) = \sum_{k} \|(\mathbf{A} \cdot \mathbf{x})_{k}\|_{1}$$

# Normes L<sub>0</sub> et L<sub>1</sub>

Introduction

Régularisation

Principe Régularisation

séparable Taxonomie

#### Idaonomia

spatiale de l'ob

Régularisation

Autres dimension

Minimisation

Dácultata

### La parcimonie :

Il y a *a priori* peu de coefficients significatifs dans l'espace "d'arrivé" de A.

### Cela signifie:

$$\Omega_{\mathbf{S}}(\mathbf{x}) = \sum_{k} ||(\mathbf{A} \cdot \mathbf{x})_{k}||_{0} .$$

Problème combinatoire NP-Dur

Le résultat peut être approché en utilisant la norme L<sub>1</sub> [Tao... 1 ·

$$\Omega_{\mathcal{S}}(x) = \sum_{k} \|(\mathbf{A} \cdot x)_{k}\|_{1}$$

# Normes $L_0$ et $L_1$

troductio

nesolutio

Régularisa Principe

#### séparable Taxonomie

Régularisation spatiale de l'objet Régularisation spatiale de la PSF

Autres dimensions

Minimisation

Régultate

### La parcimonie :

Il y a *a priori* peu de coefficients significatifs dans l'espace "d'arrivé" de  ${\bf A}$ .

Cela signifie:

$$\Omega_{\rm S}(x) = \sum_k ||(\mathbf{A} \cdot x)_k||_0.$$

Problème combinatoire NP-Dur

Le résultat peut être approché en utilisant la norme  $L_1$  [Tao...]:

$$\Omega_{\rm S}(\mathbf{x}) = \sum_{k} \|(\mathbf{A} \cdot \mathbf{x})_k\|_1 .$$

# Normes non-quadratiques

Introduction

\_\_\_\_\_\_

Régularisatio

Principe Régularisati

séparable Taxonomie

Taxonomie

spatiale de l'obj

Régularisation

spatiale de la PS

Minimication

iviii iii iii iioddioi

Résultats

De nombreuses métriques ou fonctions de potentiel ont été proposées [Charbonnier1997,Nikolova1996].

•  $\ell_2$ - $\ell_1$ :

$$\varphi_{\ell_2-\ell_1}(t) = 2\eta^2 \left(\frac{|t|}{\eta} - \log\left(1 + \frac{|t|}{\eta}\right)\right)$$

lorentzienne

$$\varphi_{\rm Lorentz}(t) = \eta^2 \, \log \left( 1 + \frac{t^2}{2 \, \eta^2} \right), \label{eq:power_power}$$

Geman-McClure

$$\varphi_{\rm GM}(t) = \eta^2 \, \frac{t^2}{\eta^2 + t^2}$$

•  $\ell_2$ - $\ell_0$ 

$$\varphi_{\ell_2-\ell_0}(t) = \eta^2 \arctan\left(\frac{t^2}{\eta^2}\right)$$

# Normes non-quadratiques

Introduction

Regularisa Principe

Régularisation séparable

### Taxonomie

spatiale de l'objet Régularisation spatiale de la PSF

Minimiestion

Résultats

De nombreuses métriques ou fonctions de potentiel ont été proposées [Charbonnier1997,Nikolova1996].

• 
$$\ell_2$$
– $\ell_1$ :

$$\varphi_{\ell_2-\ell_1}(t) = 2\eta^2 \left(\frac{|t|}{\eta} - \log\left(1 + \frac{|t|}{\eta}\right)\right),$$

lorentzienne :

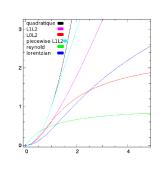
$$\varphi_{\text{Lorentz}}(t) = \eta^2 \log \left( 1 + \frac{t^2}{2 \eta^2} \right),$$

Geman-McClure :

$$\varphi_{\rm GM}(t) = \eta^2 \, \frac{t^2}{\eta^2 + t^2} \,,$$

•  $\ell_2$ – $\ell_0$  :

$$\varphi_{\ell_2-\ell_0}(t) = \eta^2 \arctan\left(\frac{t^2}{\eta^2}\right),$$



# Régularisation spatiale

A priori de lissage, contraintes sur les gradients spatiaux :

$$\Omega_{\text{spatial}}(x) = \sum_{r} \sum_{k' \in V_r} \varphi\left(\frac{x_k - x_{k'}}{d(k, k')}\right),\,$$

- $V_k$ : voisinage spatial du pixel k,
- d(k, k'): distance entre les pixels k.

Régularisation spatiale de l'objet

# Régularisation spatiale

Introduction

Résolution

Régularisation

Régularisati séparable

Taxonomie

Régularisation spatiale de l'objet

Régularisation spatiale de la PSF

Minimication

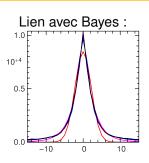
wiii iii ii isalion

Résultats

A priori de lissage, contraintes sur les gradients spatiaux :

$$\Omega_{\text{spatial}}(x) = \sum_{r} \sum_{k' \in V_k} \varphi\left(\frac{x_k - x_{k'}}{d(k, k')}\right),\,$$

- $V_k$ : voisinage spatial du pixel k,
- d(k, k'): distance entre les pixels k.



Noir histogramme du gradient horizontal,

Rouge gaussienne,
Bleu laplacienne,
Magenta lorentzienne.

## Résultats simulations

Introduction

Résolution

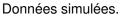
Régularisa Principe Régularisation séparable

Régularisation spatiale de l'objet Régularisation spatiale de la PSF

Minimisation

. . .







Vérité.

# Résultats simulations

Introduction

Résolution

Régularisa Principe Régularisation séparable

Régularisation spatiale de l'objet Régularisation

Autres dimension

Résultats



Régularisation quadratique (EQM = 23 dB).



Régularisation avec norme  $\ell_2 - \ell_1$  (EQM = 20.8 dB).

## Résultats simulations

Introduction

Résolution

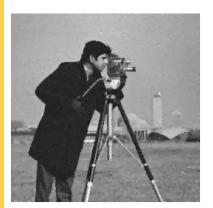
Régularisa Principe Régularisation séparable

Régularisation spatiale de l'objet Régularisation

Régularisation spatiale de la PSF Autres dimensions

.....

Résultats



Régularisation  $L_1$  (EQM =  $20.9 \, dB$ ).



Total Variation, (EQM = 20.9 dB).

Introduction

B/ 1 1 11

Régularisatio

Principe Régularies

Régularisat séparable

Régularisation

spatiale de l'obje

spatiale de la PSF

Autres dimensions

. . . . . .

0---!---

Résultats

## Régularisation spatiale

- Identique à la régularisation spatiale
- ② Si l'on dispose d'une forme a priori  $p(\theta)$ :

$$\Omega_{\text{spatial}}(\boldsymbol{h}_{\lambda,t}) = (\boldsymbol{h}_{\lambda,t} - \boldsymbol{p}(\theta))^{\text{T}} \cdot \mathbf{W} \cdot (\boldsymbol{h}_{\lambda,t} - \boldsymbol{p}(\theta)),$$

où W est une matrice de poids.

- Contrainte de normalisation.
- Contraintes de positivité.

Introduction

Régularisatio

Principe Régularisati

Taxonomie

spatiale de l'obje

Régularisation spatiale de la PSF

Autres dimension

001101001011

Résultats

## Régularisation spatiale

- Identique à la régularisation spatiale,
- ② Si l'on dispose d'une forme a priori  $p(\theta)$ :

$$\Omega_{\text{spatial}}(\boldsymbol{h}_{\lambda,t}) = (\boldsymbol{h}_{\lambda,t} - \boldsymbol{p}(\theta))^{\text{T}} \cdot \mathbf{W} \cdot (\boldsymbol{h}_{\lambda,t} - \boldsymbol{p}(\theta)),$$

où W est une matrice de poids.

- Contrainte de normalisation
- Contraintes de positivité.

Introduction

Régularisation

Principe Régularisati

séparable

Régularisation

spatiale de l'obje Régularisation

spatiale de la PSF

Autres dimension

\_ . . .

Coriolasioi

Résultats

### Régularisation spatiale

- Identique à la régularisation spatiale,
- ② Si l'on dispose d'une forme a priori  $p(\theta)$ :

$$\Omega_{\text{spatial}}(\boldsymbol{h}_{\lambda,t}) = (\boldsymbol{h}_{\lambda,t} - \boldsymbol{p}(\theta))^{\text{T}} \cdot \mathbf{W} \cdot (\boldsymbol{h}_{\lambda,t} - \boldsymbol{p}(\theta)),$$

où W est une matrice de poids.

- Contrainte de normalisation.
- Contraintes de positivité.

Introduction

Régularisation

Principe Régularisati

Régularisation séparable

Régularisation

spatiale de l'obj

Régularisation spatiale de la PSF

Autres dimensions

Conclusion

Résultats

### Régularisation spatiale

- Identique à la régularisation spatiale,
- ② Si l'on dispose d'une forme a priori  $p(\theta)$ :

$$\Omega_{\text{spatial}}(\boldsymbol{h}_{\lambda,t}) = (\boldsymbol{h}_{\lambda,t} - \boldsymbol{p}(\theta))^{\text{T}} \cdot \mathbf{W} \cdot (\boldsymbol{h}_{\lambda,t} - \boldsymbol{p}(\theta)),$$

où W est une matrice de poids.

- Contrainte de normalisation
- Contraintes de positivité.

Introduction

Régularisation

Principe Régularisation

Taxonomie

Régularisation spatiale de l'ob

Régularisation spatiale de la PSE

Autres dimension

....

Conclusion

Résultats

### Régularisation spatiale

- Identique à la régularisation spatiale,
- ② Si l'on dispose d'une forme a priori  $p(\theta)$ :

$$\Omega_{\text{spatial}}(\boldsymbol{h}_{\lambda,t}) = (\boldsymbol{h}_{\lambda,t} - \boldsymbol{p}(\theta))^{\text{T}} \cdot \mathbf{W} \cdot (\boldsymbol{h}_{\lambda,t} - \boldsymbol{p}(\theta)),$$

où W est une matrice de poids.

- Contrainte de normalisation,
- Contraintes de positivité.

Introduction

i lesolution

Régularisation

Principe Régularisati séparable

Taxonomie

Régularisation

Régularisation

Autres dimensions

Minimisation

Résultats

Introduction

Résolution

Régularisation

Principe Régularisat

séparable

Régularisation

Régularisation

Autres dimensions

wiiiiiiisauoi

0----

Résultats

- Variation lente de l'objet ou de la PSF,
- Objet semblable à un facteur près dans chaque canaux spectraux,
- Hautes fréquences de chaque canal RGB corrélées,
- . . . .

Introduction

Résolution

Régularisation

Régularisati

Taxonomie

Régularisation spatiale de l'objet Régularisation

Autres dimensions

....

Conclusion

Résultats

- Variation lente de l'objet ou de la PSF,
- Objet semblable à un facteur près dans chaque canaux spectraux,
- Hautes fréquences de chaque canal RGB corrélées,
- . . .

Introduction

Résolution

Régularisatio

Principe Régularisation séparable

Taxonomie Régularisation

Régularisation spatiale de l'objet Régularisation spatiale de la PSI

Autres dimensions

Ooriciasioi

- Variation lente de l'objet ou de la PSF,
- Objet semblable à un facteur près dans chaque canaux spectraux,
- Hautes fréquences de chaque canal RGB corrélées,



Introduction

Résolution

Régularisatio

Principe Régularisation séparable

Régularisation spatiale de l'obje Régularisation

Autres dimensions

Conclusion

- Variation lente de l'objet ou de la PSF,
- Objet semblable à un facteur près dans chaque canaux spectraux,
- Hautes fréquences de chaque canal RGB corrélées,



Introduction

Résolution

Régularisatio

Principe Régularisati séparable

Taxonomie

Régularisation spatiale de l'obje Régularisation

Autres dimensions

.....

Conclusion

Résultats

- Variation lente de l'objet ou de la PSF,
- Objet semblable à un facteur près dans chaque canaux spectraux,
- Hautes fréquences de chaque canal RGB corrélées,
- ...

Resolution

Régularisation

Minimisation

onclusion

Régultate

# **Minimisation**

. ........

Régularisatio

Minimisation

\_\_\_\_\_\_

Résultats

Il ne reste plus qu'à trouver  $\{x^{\text{MAP}}, h^{\text{MAP}}\}$  qui minimise :

$$\{\boldsymbol{x}^{\text{MAP}}, \boldsymbol{h}^{\text{MAP}}\} = \underset{\{\boldsymbol{x}^{\text{MAP}}, \boldsymbol{h}^{\text{MAP}}\}}{\arg\min} \left[ f_{\text{data}}(\boldsymbol{x}) + f_{\text{prior}}(\boldsymbol{x}) + f_{\text{prior}}(\boldsymbol{h}) \right].$$

3 façons différentes

(Voir [Figueiredo2007])

Résolutio

Régularisation

Minimisation

Résultats

Il ne reste plus qu'à trouver  $\{x^{MAP}, h^{MAP}\}$  qui minimise :

$$\{\boldsymbol{x}^{\text{MAP}}, \boldsymbol{h}^{\text{MAP}}\} = \underset{\{\boldsymbol{x}^{\text{MAP}}, \boldsymbol{h}^{\text{MAP}}\}}{\arg\min} \left[ f_{\text{data}}(\boldsymbol{x}) + f_{\text{prior}}(\boldsymbol{x}) + f_{\text{prior}}(\boldsymbol{h}) \right].$$

## 3 façons différentes

### (Voir [Figueiredo2007]):

- 1 minimiser  $f_{\text{post}} = f_{\text{data}}(x, h) + \mu \Omega_{\text{spatial}}(x)$ , ex. MAAD...
- 2 minimiser  $f_{\text{data}}(x)$  sous la contrainte  $\Omega_{\text{spatial}}(x) < \epsilon$ , ex. LASSO...
- $\odot$  minimiser  $\Omega_{\mathrm{spatial}}(x)$  sous la contrainte  $f_{\mathrm{data}}(x) < \epsilon$ , ex. Basis Pursuit. . .

Résolutio

Régularisatio

Minimisation

. . .

Résultats

Il ne reste plus qu'à trouver  $\{x^{MAP}, h^{MAP}\}$  qui minimise :

$$\{\boldsymbol{x}^{\text{MAP}}, \boldsymbol{h}^{\text{MAP}}\} = \underset{\{\boldsymbol{x}^{\text{MAP}}, \boldsymbol{h}^{\text{MAP}}\}}{\arg\min} \left[ f_{\text{data}}(\boldsymbol{x}) + f_{\text{prior}}(\boldsymbol{x}) + f_{\text{prior}}(\boldsymbol{h}) \right].$$

## 3 façons différentes

(Voir [Figueiredo2007]):

- minimiser  $f_{\text{post}} = f_{\text{data}}(\mathbf{x}, \mathbf{h}) + \mu \Omega_{\text{spatial}}(\mathbf{x}),$ ex. MAAD...
- 2 minimiser  $f_{\rm data}(x)$  sous la contrainte  $\Omega_{\rm spatial}(x) < \epsilon$ , ex. LASSO...
- $\odot$  minimiser  $\Omega_{\mathrm{spatial}}(x)$  sous la contrainte  $f_{\mathrm{data}}(x) < \epsilon$ , ex. Basis Pursuit. . .

Introduction

Resolution

Régularisatio

Minimisation

Résultats

Il ne reste plus qu'à trouver  $\{x^{MAP}, h^{MAP}\}$  qui minimise :

$$\{\boldsymbol{x}^{\text{MAP}}, \boldsymbol{h}^{\text{MAP}}\} = \underset{\{\boldsymbol{x}^{\text{MAP}}, \boldsymbol{h}^{\text{MAP}}\}}{\arg\min} \left[ f_{\text{data}}(\boldsymbol{x}) + f_{\text{prior}}(\boldsymbol{x}) + f_{\text{prior}}(\boldsymbol{h}) \right].$$

#### 3 façons différentes

(Voir [Figueiredo2007]):

- minimiser  $f_{\text{post}} = f_{\text{data}}(\mathbf{x}, \mathbf{h}) + \mu \Omega_{\text{spatial}}(\mathbf{x}),$ ex. MAAD...
- **2** minimiser  $f_{\text{data}}(x)$  sous la contrainte  $\Omega_{\text{spatial}}(x) < \epsilon$ , ex. LASSO...
- 3 minimiser  $\Omega_{\mathrm{spatial}}(x)$  sous la contrainte  $f_{\mathrm{data}}(x) < \epsilon$ , ex. Basis Pursuit. . .

Introduction

Resolutio

Régularisation

Minimisation

Résultats

Il ne reste plus qu'à trouver  $\{x^{MAP}, h^{MAP}\}$  qui minimise :

$$\{\boldsymbol{x}^{\text{MAP}},\boldsymbol{h}^{\text{MAP}}\} = \underset{\{\boldsymbol{x}^{\text{MAP}},\boldsymbol{h}^{\text{MAP}}\}}{\arg\min} \left[ f_{\text{data}}(\boldsymbol{x}) + f_{\text{prior}}(\boldsymbol{x}) + f_{\text{prior}}(\boldsymbol{h}) \right].$$

#### 3 façons différentes

(Voir [Figueiredo2007]):

- minimiser  $f_{\text{post}} = f_{\text{data}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{h}) + \mu \, \Omega_{\text{spatial}}(\boldsymbol{x}),$ ex. MAAD...
- 2 minimiser  $f_{\text{data}}(x)$  sous la contrainte  $\Omega_{\text{spatial}}(x) < \epsilon$ , ex. LASSO...

Minimisation

#### Le critère

$$f_{\text{data}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{h}) + f_{\text{prior}}(\boldsymbol{x}) + f_{\text{prior}}(\boldsymbol{h})$$
.

n'est convexe ni homogène.

Introduction

negularisation

Minimisation

Conclusio

D 4 a college

#### Le critère

$$f_{\text{data}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{h}) + f_{\text{prior}}(\boldsymbol{x}) + f_{\text{prior}}(\boldsymbol{h})$$
.

n'est convexe ni homogène.

#### Minimisation alternée du critère $f_{post}(x, h)$ :

- Initialisation de la PSF avec son a priori  $h^{(0)} = p$ ,
- 2 estimation de l'objet optimal  $x^{(k+1)}$  étant donné la PSF  $h^{(k)}$
- 3 estimation de la PSF optimale  $h^{(k+1)}$  étant donné  $x^{(k+1)}$ ,
- répéter les étapes 2 et 3 jusqu'à convergence

#### Le solution dépend du point de départ

Objet x<sup>(0)</sup> doit permettre un bonne estimation de la PSF

Le critère

Minimisation

n'est convexe ni homogène.

#### Minimisation alternée du critère $f_{\text{post}}(x, h)$ :

- Initialisation de la PSF avec son a priori  $h^{(0)} = p$ ,

 $f_{\text{data}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{h}) + f_{\text{prior}}(\boldsymbol{x}) + f_{\text{prior}}(\boldsymbol{h})$ .

Introduction

Dágularication

Minimisation

Conclusion

Régultate

#### Le critère

$$f_{\text{data}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{h}) + f_{\text{prior}}(\boldsymbol{x}) + f_{\text{prior}}(\boldsymbol{h})$$
.

n'est convexe ni homogène.

#### Minimisation alternée du critère $f_{post}(x, h)$ :

- Initialisation de la PSF avec son a priori  $h^{(0)} = p$ ,
- **2** estimation de l'objet optimal  $x^{(k+1)}$  étant donné la PSF  $h^{(k)}$ ,
- 3 estimation de la PSF optimale  $h^{(k+1)}$  étant donné  $x^{(k+1)}$ ,
- répéter les étapes 2 et 3 jusqu'à convergence

Introduction

Dágularication

Minimisation

0.....

Récultate

#### Le critère

$$f_{\text{data}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{h}) + f_{\text{prior}}(\boldsymbol{x}) + f_{\text{prior}}(\boldsymbol{h})$$
.

n'est convexe ni homogène.

#### Minimisation alternée du critère $f_{post}(x, h)$ :

- Initialisation de la PSF avec son a priori  $h^{(0)} = p$ ,
- **2** estimation de l'objet optimal  $x^{(k+1)}$  étant donné la PSF  $h^{(k)}$ ,
- **3** estimation de la PSF optimale  $h^{(k+1)}$  étant donné  $x^{(k+1)}$ ,
- répéter les étapes 2 et 3 jusqu'à convergence

Introduction

Dágularication

Minimisation

Conclusio

#### Le critère

$$f_{\text{data}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{h}) + f_{\text{prior}}(\boldsymbol{x}) + f_{\text{prior}}(\boldsymbol{h})$$
.

n'est convexe ni homogène.

#### Minimisation alternée du critère $f_{post}(x, h)$ :

- Initialisation de la PSF avec son a priori  $h^{(0)} = p$ ,
- **2** estimation de l'objet optimal  $x^{(k+1)}$  étant donné la PSF  $h^{(k)}$ ,
- **3** estimation de la PSF optimale  $h^{(k+1)}$  étant donné  $x^{(k+1)}$ ,
- o répéter les étapes 2 et 3 jusqu'à convergence.

Introduction

5/ . . . ..

Minimisation

Minimisation

#### Le critère

$$f_{\text{data}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{h}) + f_{\text{prior}}(\boldsymbol{x}) + f_{\text{prior}}(\boldsymbol{h})$$
.

n'est convexe ni homogène.

#### Minimisation alternée du critère $f_{post}(x, h)$ :

- Initialisation de la PSF avec son a priori  $h^{(0)} = p$ ,
- **2** estimation de l'objet optimal  $x^{(k+1)}$  étant donné la PSF  $h^{(k)}$ ,
- 3 estimation de la PSF optimale  $h^{(k+1)}$  étant donné  $x^{(k+1)}$ ,
- répéter les étapes 2 et 3 jusqu'à convergence.

#### Le solution dépend du point de départ :

- **PSF** Si l'on dispose d'une PSF *a priori* :  $h^{(0)} = p$ ,
- **Objet**  $x^{(0)}$  doit permettre un bonne estimation de la PSF  $h^{(1)}$ .

Introduction

Dágularication

Minimisation

Conclusion

Dácultata

#### Le critère

$$f_{\text{data}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{h}) + f_{\text{prior}}(\boldsymbol{x}) + f_{\text{prior}}(\boldsymbol{h})$$
.

n'est convexe ni homogène.

#### Minimisation alternée du critère $f_{post}(x, h)$ :

- Initialisation de la PSF avec son a priori  $h^{(0)} = p$ ,
- **2** estimation de l'objet optimal  $x^{(k+1)}$  étant donné la PSF  $h^{(k)}$ ,
- **3** estimation de la PSF optimale  $h^{(k+1)}$  étant donné  $x^{(k+1)}$ ,
- répéter les étapes 2 et 3 jusqu'à convergence.

#### Le solution dépend du point de départ :

- **PSF** Si l'on dispose d'une PSF a priori :  $h^{(0)} = p$ ,
- Objet  $x^{(0)}$  doit permettre un bonne estimation de la PSF  $h^{(1)}$

Introduction

Dágulariantia

Minimisation

57 1. .

#### Le critère

$$f_{\text{data}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{h}) + f_{\text{prior}}(\boldsymbol{x}) + f_{\text{prior}}(\boldsymbol{h})$$
.

n'est convexe ni homogène.

#### Minimisation alternée du critère $f_{post}(x, h)$ :

- Initialisation de la PSF avec son a priori  $h^{(0)} = p$ ,
- **2** estimation de l'objet optimal  $x^{(k+1)}$  étant donné la PSF  $h^{(k)}$ ,
- 3 estimation de la PSF optimale  $h^{(k+1)}$  étant donné  $x^{(k+1)}$ ,
- 4 répéter les étapes 2 et 3 jusqu'à convergence.

#### Le solution dépend du point de départ :

- **PSF** Si l'on dispose d'une PSF a priori :  $h^{(0)} = p$ ,
- **Objet**  $x^{(0)}$  doit permettre un bonne estimation de la PSF  $h^{(1)}$ .

## Estimation d'un objet initial

Résolution
Régularisation
Minimisation

#### Exemple sur deux types de flou.



Flou disque.



Flou gaussien.

## Estimation d'un objet initial

Introduction

Minimisation

Résultats

#### Idée: "Calibrer" la PSF sur les bords francs.

Segmenter les données pour mettre en évidence les bords francs.



Objet initial proposé  $(x^{(0)})$ .

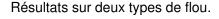
## Estimation d'un objet initial

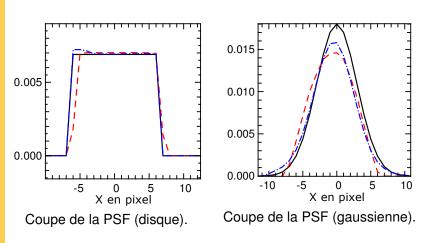
ntroduction

Dágularicatio

Minimisation

Conclusion





-- Première itération ( $\mathbf{h}^{(1)}$ ), -- Convergence ( $\mathbf{h}^{(fin)}$ ), -- Verité.

Introduction

Resolution

Régularisation

Minimisation

Conclusion

Résultats

## Conclusion

## **Conclusion & Perspectives**

Introduction

Résolution

Régularienti

Minimisation

----

Conclusion

Ces approches itératives semblent efficaces dans de nombreuses applications.

#### Mais: Nombreux choix

- pour la régularisation,
- Pour la méthode de minimisation,
- pour le point de départ.

## **Conclusion & Perspectives**

Introduction

Résolution

Régularisati

Minimisation

Conclusion

Ces approches itératives semblent efficaces dans de nombreuses applications.

#### Mais: Nombreux choix

- pour la régularisation,
- Pour la méthode de minimisation,
- o pour le point de départ.

Introduction

nesolution

Régularisatio

Minimisatio

Conclusion

#### Résultats

Coronarograph

Microscopie

Microscopie conventionnelle

# Résultats

## Séquence vidéo coronarographique

Introduction

riesolutio

Regularısatı

Minimisation

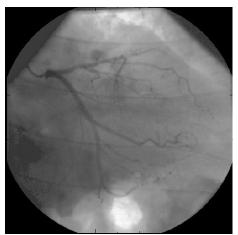
Dácultate

Coronarographie

Microscopie Confocale

Microscopie

## Examen radiologique des artère coronaires :





(Observation effectuée par A. Gressard and R. Dauphin à l'hôpital de la Croix-Rousse)

Introduction

\_ . . . . . .

Régularisation

Minimisation

\_ . . .

Résultats

Coronarographie

Microscopie Confocale

Microscopie

## Quelques constats à propos des données présentées :

La statistique du bruit et la dynamique sont constants :

Les hyper-paramètres spatiaux sur la PSF et l'ol constants.

La statistique du bruit et la dynamique sont invariants spatialement :

→ Les nyper-parametres temporeis sur la PSF et robjet sont spatialement invariant.

Le mouvement de l'objet est très rapide :

Pas de contrainte temporelle sur l'objet.

Seul trois hyper-paramètres doivent être estimés :

Introduction

Régularisation

Minimisation

Résulta

Coronarographie

Confocale

Microscopi

Quelques constats à propos des données présentées :

La statistique du bruit et la dynamique sont constants :

→ Les hyper-paramètres spatiaux sur la PSF et l'objet sont constants.

La statistique du bruit et la dynamique sont invariants spatialement :

→ Les hyper-paramètres temporels sur la PSF et l'objet sont spatialement invariant.

Le mouvement de l'objet est très rapide :

Pas de contrainte temporelle sur l'objet.

Seul trois hyper-paramètres doivent être estimés :

Introduction

i legularisatio

.....

Conclusion

Coronarographie

Microscopie

Confocale

Quelques constats à propos des données présentées :

La statistique du bruit et la dynamique sont constants :

→ Les hyper-paramètres spatiaux sur la PSF et l'objet sont constants.

La statistique du bruit et la dynamique sont invariants spatialement :

→ Les hyper-paramètres temporels sur la PSF et l'objet sont spatialement invariant.

Le mouvement de l'objet est très rapide :

Pas de contrainte temporelle sur l'objet.

Seul trois hyper-paramètres doivent être estimés :

Introduction

Regularisatio

.....

Conclusio

Coronarographie

Microscopie Confocale

Microscopi

Quelques constats à propos des données présentées :

La statistique du bruit et la dynamique sont constants :

→ Les hyper-paramètres spatiaux sur la PSF et l'objet sont constants.

La statistique du bruit et la dynamique sont invariants spatialement :

Les hyper-paramètres temporels sur la PSF et l'objet sont spatialement invariant.

Le mouvement de l'objet est très rapide :

Pas de contrainte temporelle sur l'objet.

Seul trois hyper-paramètres doivent être estimés :

Introduction

Coriciasic

Coronarographie

Microscopie Confocale

Confocale Microscopia Quelques constats à propos des données présentées :

La statistique du bruit et la dynamique sont constants :

→ Les hyper-paramètres spatiaux sur la PSF et l'objet sont constants.

La statistique du bruit et la dynamique sont invariants spatialement :

→ Les hyper-paramètres temporels sur la PSF et l'objet sont spatialement invariant.

Le mouvement de l'objet est très rapide :

Pas de contrainte temporelle sur l'objet.

Seul trois hyper-paramètres doivent être estimés :

Coronarographie

Quelques constats à propos des données présentées :

La statistique du bruit et la dynamique sont constants :

→ Les hyper-paramètres spatiaux sur la PSF et l'objet sont constants.

La statistique du bruit et la dynamique sont invariants spatialement:

→ Les hyper-paramètres temporels sur la PSF et l'objet sont spatialement invariant.

Le mouvement de l'objet est très rapide :

Pas de contrainte temporelle sur l'objet.

Introduction

5/ 1 / //

negularisatio

.....

Conclusio

Coronarographie

Microscopie Confocale Quelques constats à propos des données présentées :

#### La statistique du bruit et la dynamique sont constants :

→ Les hyper-paramètres spatiaux sur la PSF et l'objet sont constants.

# La statistique du bruit et la dynamique sont invariants spatialement :

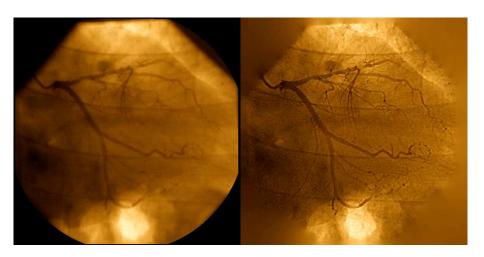
→ Les hyper-paramètres temporels sur la PSF et l'objet sont spatialement invariant.

#### Le mouvement de l'objet est très rapide :

Pas de contrainte temporelle sur l'objet.

#### Seul trois hyper-paramètres doivent être estimés :

#### Déconvolution aveugle de séquences coronarographiques.



(Observation effectuée par A. Gressard and R. Dauphin à l'hôpital de la Croix-Rousse) [Soulez et al., ICIP, 2008 ; Soulez et al., EUSIPCO, 2008]

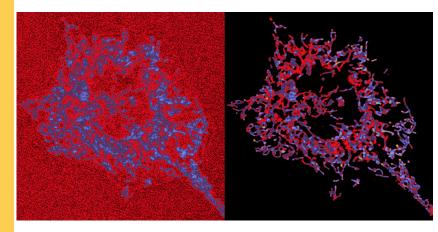
## Microscopie Confocale

ntroduction Résolution

Regularisatio

Minimisation

Résultats Coronarograph Microscopie Confocale Observation de mitochondries d'une cellule cardiaque Non-Beating HL-1 en microscopie confocale à fluorescence.



(Expérience effectuée par S. Pelloux et Y. Tourneur)

## Microscopie conventionnelle

Introduction

Régularicatio

Minimisation

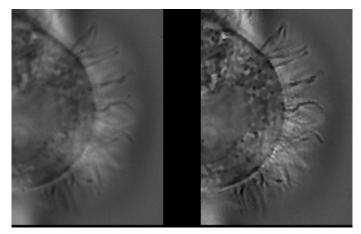
Willimisauon

Résultats

Coronarogra

Microscopie

Observation d'une cellule cilliée épithéliale au microscope conventionnel.



(Expérience effectuée par B. Chhin et Y. Tourneur)