Introduction
Résolution
Régularisation
Minimisation
Conclusion
Résultats

Méthodes itératives pour la déconvolution aveugle de données multidimensionnelles hétérogènes

Ferréol Soulez

Journées TORIID — 2 mars 2009

Introduction
Problèmes inverses
Déconvolution
Déconvolution multidimensionnelle
Résolution
Régularisation
Minimisation
Conclusion
Résultats

Introduction

Qu'est ce qu'un problème inverse ?

Introduction
Problèmes inverses
Déconvolution
Déconvolution multidimensionnelle
Résolution
Régularisation
Minimisation
Conclusion
Résultats

Soit un modèle $\boldsymbol{m}$ reliant, aux erreurs $\boldsymbol{e}$ près, les paramètres $\boldsymbol{x}$ et les données $\boldsymbol{y}$:

$$\boxed{\boldsymbol{y} = \boldsymbol{m}(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{e}}$$

Problème inverse

Quels sont les meilleurs paramètres $\boldsymbol{x}$ compte tenu des données $\boldsymbol{y}$ et du modèle $\boldsymbol{m}$?

Il peut y avoir beaucoup de paramètres (*e.g.* $\gtrsim 10^6$) et même plus de paramètres que de mesures : $N_{\boldsymbol{x}} \gtrsim N_{\boldsymbol{y}}$.

Un problème inverse est en général mal-conditionné (solution instable) ou même mal-posé (plusieurs ou aucune solutions).

Qu'est ce qu'un problème inverse ?

Introduction
Problèmes inverses
Déconvolution
Déconvolution multidimensionnelle
Résolution
Régularisation
Minimisation
Conclusion
Résultats

Soit un modèle $\boldsymbol{m}$ reliant, aux erreurs $\boldsymbol{e}$ près, les paramètres $\boldsymbol{x}$ et les données $\boldsymbol{y}$:

$$\boxed{\boldsymbol{y} = \boldsymbol{m}(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{e}}$$

Problème inverse

Quels sont les meilleurs paramètres $\boldsymbol{x}$ compte tenu des données $\boldsymbol{y}$ et du modèle $\boldsymbol{m}$?

Il peut y avoir beaucoup de paramètres (*e.g.* $\gtrsim 10^6$) et même plus de paramètres que de mesures : $N_{\boldsymbol{x}} \gtrsim N_{\boldsymbol{y}}$.

Un problème inverse est en général mal-conditionné (solution instable) ou même mal-posé (plusieurs ou aucune solutions).

Qu'est ce qu'un problème inverse ?

Introduction
Problèmes inverses
Déconvolution
Déconvolution multidimensionnelle
Résolution
Régularisation
Minimisation
Conclusion
Résultats

Soit un modèle $\boldsymbol{m}$ reliant, aux erreurs $\boldsymbol{e}$ près, les paramètres $\boldsymbol{x}$ et les données $\boldsymbol{y}$:

$$\boxed{\boldsymbol{y} = \boldsymbol{m}(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{e}}$$

Problème inverse

Quels sont les meilleurs paramètres $\boldsymbol{x}$ compte tenu des données $\boldsymbol{y}$ et du modèle $\boldsymbol{m}$?

Il peut y avoir beaucoup de paramètres (*e.g.* $\gtrsim 10^6$) et même plus de paramètres que de mesures : $N_{\boldsymbol{x}} \gtrsim N_{\boldsymbol{y}}$.

Un problème inverse est en général mal-conditionné (solution instable) ou même mal-posé (plusieurs ou aucune solutions).

Qu'est ce qu'un problème inverse ?

Introduction
Problèmes inverses
Déconvolution
Déconvolution multidimensionnelle
Résolution
Régularisation
Minimisation
Conclusion
Résultats

Soit un modèle $\boldsymbol{m}$ reliant, aux erreurs $\boldsymbol{e}$ près, les paramètres $\boldsymbol{x}$ et les données $\boldsymbol{y}$:

$$\boxed{\boldsymbol{y} = \boldsymbol{m}(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{e}}$$

Problème inverse

Quels sont les meilleurs paramètres $\boldsymbol{x}$ compte tenu des données $\boldsymbol{y}$ et du modèle $\boldsymbol{m}$?

Il peut y avoir beaucoup de paramètres (*e.g.* $\gtrsim 10^6$) et même plus de paramètres que de mesures : $N_{\boldsymbol{x}} \gtrsim N_{\boldsymbol{y}}$.

Un problème inverse est en général mal-conditionné (solution instable) ou même mal-posé (plusieurs ou aucune solutions).

Qu'est ce qu'un problème inverse ?

Introduction
Problèmes inverses
Déconvolution
Déconvolution multidimensionnelle
Résolution
Régularisation
Minimisation
Conclusion
Résultats

Soit un modèle $\boldsymbol{m}$ reliant, aux erreurs $\boldsymbol{e}$ près, les paramètres $\boldsymbol{x}$ et les données $\boldsymbol{y}$:

$$\boxed{\boldsymbol{y} = \boldsymbol{m}(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{e}}$$

Problème inverse

Quels sont les meilleurs paramètres $\boldsymbol{x}$ compte tenu des données $\boldsymbol{y}$ et du modèle $\boldsymbol{m}$?

Il peut y avoir beaucoup de paramètres (*e.g.* $\gtrsim 10^6$) et même plus de paramètres que de mesures : $N_{\boldsymbol{x}} \gtrsim N_{\boldsymbol{y}}$.

Un problème inverse est en général mal-conditionné (solution instable) ou même mal-posé (plusieurs ou aucune solutions).

Qu'est ce qu'un problème inverse ?

Introduction
Problèmes inverses
Déconvolution
Déconvolution multidimensionnelle
Résolution
Régularisation
Minimisation
Conclusion
Résultats

Soit un modèle $\boldsymbol{m}$ reliant, aux erreurs $\boldsymbol{e}$ près, les paramètres $\boldsymbol{x}$ et les données $\boldsymbol{y}$:

$$\boxed{\boldsymbol{y} = \boldsymbol{m}(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{e}}$$

Problème inverse

Quels sont les meilleurs paramètres $\boldsymbol{x}$ compte tenu des données $\boldsymbol{y}$ et du modèle $\boldsymbol{m}$?

Il peut y avoir beaucoup de paramètres (*e.g.* $\gtrsim 10^6$) et même plus de paramètres que de mesures : $N_{\boldsymbol{x}} \gtrsim N_{\boldsymbol{y}}$.

Un problème inverse est en général mal-conditionné (solution instable) ou même mal-posé (plusieurs ou aucune solutions).

Qu'est ce qu'un problème inverse ?

Introduction
Problèmes inverses
Déconvolution
Déconvolution multidimensionnelle
Résolution
Régularisation
Minimisation
Conclusion
Résultats

Soit un modèle $\boldsymbol{m}$ reliant, aux erreurs $\boldsymbol{e}$ près, les paramètres $\boldsymbol{x}$ et les données $\boldsymbol{y}$:

$$\boxed{\boldsymbol{y} = \boldsymbol{m}(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{e}}$$

Problème inverse

Quels sont les meilleurs paramètres $\boldsymbol{x}$ compte tenu des données $\boldsymbol{y}$ et du modèle $\boldsymbol{m}$?

Il peut y avoir beaucoup de paramètres (*e.g.* $\gtrsim 10^6$) et même plus de paramètres que de mesures : $N_{\boldsymbol{x}} \gtrsim N_{\boldsymbol{y}}$.

Un problème inverse est en général mal-conditionné (solution instable) ou même mal-posé (plusieurs ou aucune solutions).

Qu'est ce qu'un problème inverse ?

Introduction
Problèmes inverses
Déconvolution
Déconvolution multidimensionnelle
Résolution
Régularisation
Minimisation
Conclusion
Résultats

Soit un modèle $\boldsymbol{m}$ reliant, aux erreurs $\boldsymbol{e}$ près, les paramètres $\boldsymbol{x}$ et les données $\boldsymbol{y}$:

$$\boxed{\boldsymbol{y} = \boldsymbol{m}(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{e}}$$

Problème inverse

Quels sont les meilleurs paramètres $\boldsymbol{x}$ compte tenu des données $\boldsymbol{y}$ et du modèle $\boldsymbol{m}$?

Il peut y avoir beaucoup de paramètres (*e.g.* $\gtrsim 10^6$) et même plus de paramètres que de mesures : $N_{\boldsymbol{x}} \gtrsim N_{\boldsymbol{y}}$.

Un problème inverse est en général mal-conditionné (solution instable) ou même mal-posé (plusieurs ou aucune solutions).

Le problème de la déconvolution

Introduction
Problèmes inverses
Déconvolution
Déconvolution multidimensionnelle
Résolution
Régularisation
Minimisation
Conclusion
Résultats

$$\boldsymbol{y} = \mathbf{H} \cdot \boldsymbol{x} + \boldsymbol{e} \, .$$

Le problème de la déconvolution

Introduction
Problèmes inverses
Déconvolution
Déconvolution multidimensionnelle
Résolution
Régularisation
Minimisation
Conclusion
Résultats

$$\boldsymbol{y} = \mathbf{H} \cdot \boldsymbol{x} + \boldsymbol{e} \, .$$

Objet

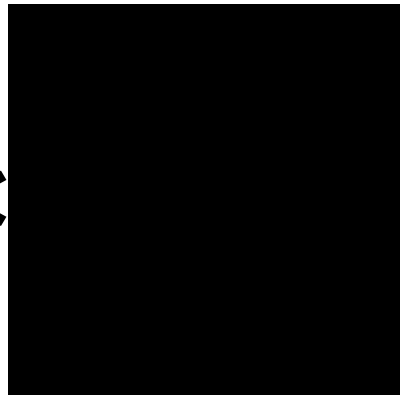
Le problème de la déconvolution

Introduction
Problèmes inverses
Déconvolution
Déconvolution multidimensionnelle
Résolution
Régularisation
Minimisation
Conclusion
Résultats

$$\boldsymbol{y} = \mathbf{H} \cdot \boldsymbol{x} + \boldsymbol{e}\,.$$

Objet

$*$



PSF

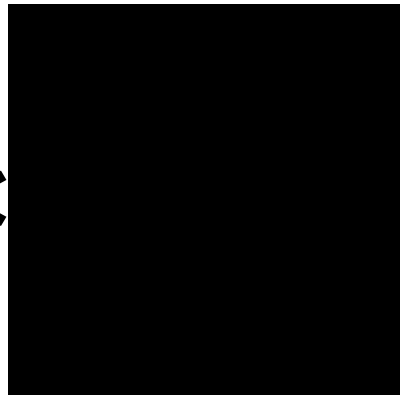
Le problème de la déconvolution

Introduction
Problèmes inverses
Déconvolution
Déconvolution multidimensionnelle
Résolution
Régularisation
Minimisation
Conclusion
Résultats

$$\boldsymbol{y} = \mathbf{H} \cdot \boldsymbol{x} + \boldsymbol{e} \, .$$

Objet

$*$



PSF

+ Bruit

Le problème de la déconvolution

Introduction
Problèmes inverses
Déconvolution
Déconvolution multidimensionnelle
Résolution
Régularisation
Minimisation
Conclusion
Résultats

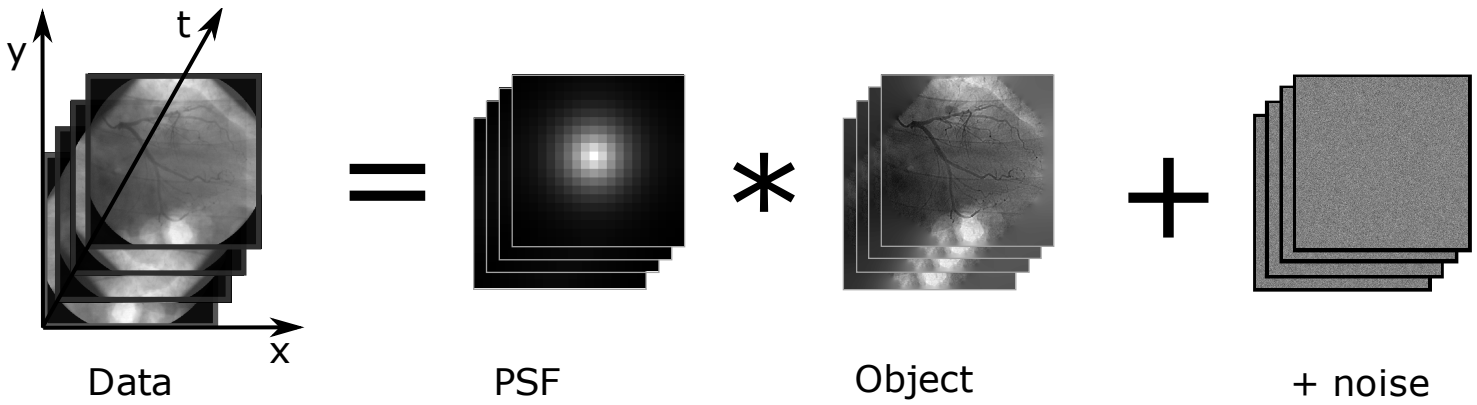
$$\boldsymbol{y} = \mathbf{H} \cdot \boldsymbol{x} + \boldsymbol{e}\,.$$

Objet PSF Données

Formation de données multidimensionnelles

Introduction
Problèmes inverses
Déconvolution
Déconvolution multidimensionnelle
Résolution
Régularisation
Minimisation
Conclusion
Résultats

Exemple, séquence video (x,z,t) :



Introduction
Résolution
MV
Approche Maximum a posteriori
Déconvolution Aveugle
Régularisation
Minimisation
Conclusion
Résultats

Résolution

Déconvolution : Maximum de vraisemblance

Introduction
Résolution
MV
Approche Maximum a posteriori
Déconvolution Aveugle
Régularisation
Minimisation
Conclusion
Résultats

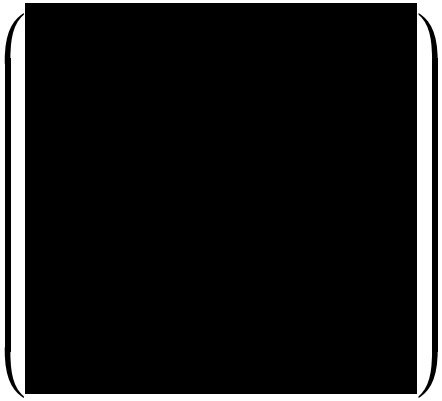
La solution au sens du maximum de vraisemblance est identique à l'inversion directe :

Déconvolution : Maximum de vraisemblance

Introduction
Résolution
MV
Approche Maximum a posteriori
Déconvolution Aveugle
Régularisation
Minimisation
Conclusion
Résultats

La solution au sens du maximum de vraisemblance est identique à l'inversion directe :

$$\boldsymbol{x}^{\mathrm{ML}} = \mathrm{FFT}^{-1}\left(\frac{\mathrm{FFT}\left(\right.}{\mathrm{FFT}\left(\right.}\right)$$

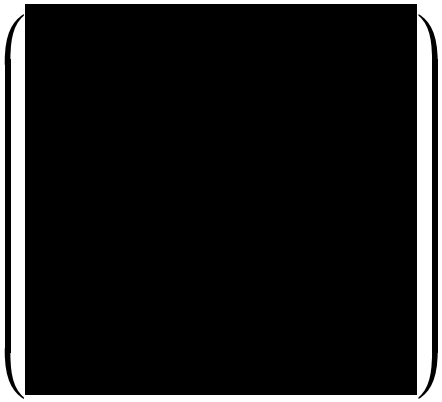


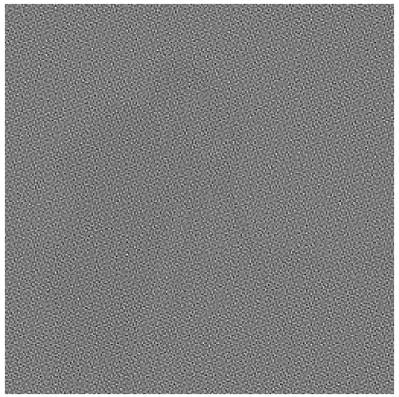
Déconvolution : Maximum de vraisemblance

Introduction
Résolution
MV
Approche Maximum a posteriori
Déconvolution Aveugle
Régularisation
Minimisation
Conclusion
Résultats

La solution au sens du maximum de vraisemblance est identique à l'inversion directe :

$$\boldsymbol{x}^{\mathrm{ML}} = \mathrm{FFT}^{-1}\left(\frac{\mathrm{FFT}\left(\right.}{\mathrm{FFT}\left(\right.}\right) =$$





Approche bayesienne : Maximum a posteriori

Introduction
Résolution
MV
Approche Maximum a posteriori
Déconvolution Aveugle
Régularisation
Minimisation
Conclusion
Résultats

Solution qui maximise la probabilité du modèle étant données les mesures :

$$\boldsymbol{x}_{\mathrm{MAP}} = \arg\max_{\boldsymbol{x}} \Pr(\boldsymbol{x} \,|\, \boldsymbol{y})$$

Approche bayesienne : Maximum a posteriori

Introduction
Résolution
MV
Approche Maximum a posteriori
Déconvolution Aveugle
Régularisation
Minimisation
Conclusion
Résultats

Solution qui maximise la probabilité du modèle étant données les mesures :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{x}_{\mathrm{MAP}} &= \arg\max_{\boldsymbol{x}} \Pr(\boldsymbol{x} \,|\, \boldsymbol{y}) \\ \Pr(\boldsymbol{x} \,|\, \boldsymbol{y}) &= \frac{\Pr(\boldsymbol{y} \,|\, \boldsymbol{x})\ \Pr(\boldsymbol{x})}{\Pr(\boldsymbol{y})} \qquad \text{(théorème de Bayes)} \end{aligned}$$

Approche bayesienne : Maximum a posteriori

Introduction
Résolution
MV
Approche Maximum a posteriori
Déconvolution Aveugle
Régularisation
Minimisation
Conclusion
Résultats

Solution qui maximise la probabilité du modèle étant données les mesures :

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{x}_{\mathrm{MAP}} &= \arg\max_{\boldsymbol{x}} \Pr(\boldsymbol{x}\,|\,\boldsymbol{y}) \\
\Pr(\boldsymbol{x}\,|\,\boldsymbol{y}) &= \frac{\Pr(\boldsymbol{y}\,|\,\boldsymbol{x})\ \Pr(\boldsymbol{x})}{\Pr(\boldsymbol{y})} \qquad \text{(théorème de Bayes)} \\
-\log \Pr(\boldsymbol{x}\,|\,\boldsymbol{y}) &= -\log \Pr(\boldsymbol{y}\,|\,\boldsymbol{x}) - \log \Pr(\boldsymbol{x}) + \log \Pr(\boldsymbol{y})
\end{aligned}$$

Approche bayesienne : Maximum a posteriori

Introduction
Résolution
MV
Approche Maximum a posteriori
Déconvolution Aveugle
Régularisation
Minimisation
Conclusion
Résultats

Solution qui maximise la probabilité du modèle étant données les mesures :

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{x}_{\mathrm{MAP}} &= \arg\max_{\boldsymbol{x}} \Pr(\boldsymbol{x}\,|\,\boldsymbol{y}) \\
\Pr(\boldsymbol{x}\,|\,\boldsymbol{y}) &= \frac{\Pr(\boldsymbol{y}\,|\,\boldsymbol{x})\ \Pr(\boldsymbol{x})}{\Pr(\boldsymbol{y})} \qquad \text{(théorème de Bayes)} \\
-\log \Pr(\boldsymbol{x}\,|\,\boldsymbol{y}) &= -\log \Pr(\boldsymbol{y}\,|\,\boldsymbol{x}) - \log \Pr(\boldsymbol{x}) + \cancel{\log \Pr(\boldsymbol{y})}
\end{aligned}$$

Approche bayesienne : Maximum a posteriori

Introduction
Résolution
MV
Approche Maximum a posteriori
Déconvolution Aveugle
Régularisation
Minimisation
Conclusion
Résultats

Solution qui maximise la probabilité du modèle étant données les mesures :

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{x}_{\mathrm{MAP}} &= \arg\max_{\boldsymbol{x}} \Pr(\boldsymbol{x}\,|\,\boldsymbol{y}) \\
\Pr(\boldsymbol{x}\,|\,\boldsymbol{y}) &= \frac{\Pr(\boldsymbol{y}\,|\,\boldsymbol{x})\ \Pr(\boldsymbol{x})}{\Pr(\boldsymbol{y})} \qquad \text{(théorème de Bayes)} \\
-\log \Pr(\boldsymbol{x}\,|\,\boldsymbol{y}) &= -\log \Pr(\boldsymbol{y}\,|\,\boldsymbol{x}) - \log \Pr(\boldsymbol{x}) + \cancel{\log \Pr(\boldsymbol{y})} \\
\boldsymbol{x}_{\mathrm{MAP}} &= \arg\min_{\boldsymbol{x}} \Big\{ \underbrace{-\log \Pr(\boldsymbol{y}\,|\,\boldsymbol{x})}\ \underbrace{-\log \Pr(\boldsymbol{x})} \Big\}
\end{aligned}
$$

Approche bayesienne : Maximum a posteriori

Introduction
Résolution
MV
Approche Maximum a posteriori
Déconvolution Aveugle
Régularisation
Minimisation
Conclusion
Résultats

Solution qui maximise la probabilité du modèle étant données les mesures :

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{x}_{\mathrm{MAP}} &= \arg\max_{\boldsymbol{x}} \Pr(\boldsymbol{x}\,|\,\boldsymbol{y}) \\
\Pr(\boldsymbol{x}\,|\,\boldsymbol{y}) &= \frac{\Pr(\boldsymbol{y}\,|\,\boldsymbol{x})\ \Pr(\boldsymbol{x})}{\Pr(\boldsymbol{y})} \qquad \text{(théorème de Bayes)} \\
-\log \Pr(\boldsymbol{x}\,|\,\boldsymbol{y}) &= -\log \Pr(\boldsymbol{y}\,|\,\boldsymbol{x}) - \log \Pr(\boldsymbol{x}) + \cancel{\log \Pr(\boldsymbol{y})} \\
\boldsymbol{x}_{\mathrm{MAP}} &= \arg\min_{\boldsymbol{x}} \Big\{ \underbrace{-\log \Pr(\boldsymbol{y}\,|\,\boldsymbol{x})}_{f_{\mathrm{data}}(\boldsymbol{x})}\ \underbrace{-\log \Pr(\boldsymbol{x})} \Big\}
\end{aligned}$$

Approche bayesienne : Maximum a posteriori

Introduction
Résolution
MV
Approche Maximum a posteriori
Déconvolution Aveugle
Régularisation
Minimisation
Conclusion
Résultats

Solution qui maximise la probabilité du modèle étant données les mesures :

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{x}_{\mathrm{MAP}} &= \arg\max_{\boldsymbol{x}} \Pr(\boldsymbol{x}\,|\,\boldsymbol{y}) \\
\Pr(\boldsymbol{x}\,|\,\boldsymbol{y}) &= \frac{\Pr(\boldsymbol{y}\,|\,\boldsymbol{x})\ \Pr(\boldsymbol{x})}{\Pr(\boldsymbol{y})} \qquad \text{(théorème de Bayes)} \\
-\log \Pr(\boldsymbol{x}\,|\,\boldsymbol{y}) &= -\log \Pr(\boldsymbol{y}\,|\,\boldsymbol{x}) - \log \Pr(\boldsymbol{x}) + \cancel{\log \Pr(\boldsymbol{y})} \\
\boldsymbol{x}_{\mathrm{MAP}} &= \arg\min_{\boldsymbol{x}} \Big\{ \underbrace{-\log \Pr(\boldsymbol{y}\,|\,\boldsymbol{x})}_{f_{\mathrm{data}}(\boldsymbol{x})}\ \underbrace{-\log \Pr(\boldsymbol{x})}_{f_{\mathrm{prior}}(\boldsymbol{x})} \Big\}
\end{aligned}$$

Approche bayesienne : Maximum a posteriori

Introduction
Résolution
MV
Approche Maximum a posteriori
Déconvolution Aveugle
Régularisation
Minimisation
Conclusion
Résultats

Solution qui maximise la probabilité du modèle étant données les mesures :

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{x}_{\mathrm{MAP}} &= \arg\max_{\boldsymbol{x}} \Pr(\boldsymbol{x}\,|\,\boldsymbol{y}) \\
\Pr(\boldsymbol{x}\,|\,\boldsymbol{y}) &= \frac{\Pr(\boldsymbol{y}\,|\,\boldsymbol{x})\ \Pr(\boldsymbol{x})}{\Pr(\boldsymbol{y})} \qquad \text{(théorème de Bayes)} \\
-\log \Pr(\boldsymbol{x}\,|\,\boldsymbol{y}) &= -\log \Pr(\boldsymbol{y}\,|\,\boldsymbol{x}) - \log \Pr(\boldsymbol{x}) + \cancel{\log \Pr(\boldsymbol{y})} \\
\boldsymbol{x}_{\mathrm{MAP}} &= \arg\min_{\boldsymbol{x}} \Big\{ \underbrace{-\log \Pr(\boldsymbol{y}\,|\,\boldsymbol{x})}_{f_{\mathrm{data}}(\boldsymbol{x})}\ \underbrace{-\log \Pr(\boldsymbol{x})}_{f_{\mathrm{prior}}(\boldsymbol{x})} \Big\} \\
&= \arg\min_{\boldsymbol{x}} f_{\mathrm{post}}(\boldsymbol{x})
\end{aligned}
$$

Maximum a posteriori

Introduction
Résolution
MV
Approche Maximum a posteriori
Déconvolution Aveugle
Régularisation
Minimisation
Conclusion
Résultats

$f_{\text{post}}(\boldsymbol{x})$ = fonction pénalisante *a posteriori* :

$$f_{\text{post}}(\boldsymbol{x}) = f_{\text{data}}(\boldsymbol{x}) + f_{\text{prior}}(\boldsymbol{x})$$

$f_{\text{data}}(\boldsymbol{x})$ = terme de *vraisemblance* (attache aux données) :

$$\begin{aligned} f_{\text{data}}(\boldsymbol{x}) &= \frac{1}{2}(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{m}(\boldsymbol{x}))^{\text{T}} \cdot \mathbf{C}_{\text{e}}^{-1} \cdot (\boldsymbol{y} - \mathbf{m}(\boldsymbol{x})) \,, \\ &= \frac{1}{2} \sum_{k=Pixels} w_k \, (y_k - m(\boldsymbol{x})_k)^2 \,. \end{aligned}$$

$f_{\text{prior}}(\boldsymbol{x})$ = terme de *régularisation* (a priori) :

$$f_{\text{prior}}(\boldsymbol{x}) = \mu \times \Omega(\boldsymbol{x}) \,.$$

Maximum a posteriori

Introduction
Résolution
MV
Approche Maximum a posteriori
Déconvolution Aveugle
Régularisation
Minimisation
Conclusion
Résultats

$f_{\text{post}}(\boldsymbol{x})$ = fonction pénalisante *a posteriori* :

$$f_{\text{post}}(\boldsymbol{x}) = f_{\text{data}}(\boldsymbol{x}) + f_{\text{prior}}(\boldsymbol{x})$$

$f_{\text{data}}(\boldsymbol{x})$ = terme de *vraisemblance* (attache aux données) :

$$\begin{aligned} f_{\text{data}}(\boldsymbol{x}) &= \frac{1}{2}(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{m}(\boldsymbol{x}))^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{C}_{\mathrm{e}}^{-1} \cdot (\boldsymbol{y} - \mathbf{m}(\boldsymbol{x})) \,, \\ &= \frac{1}{2} \sum_{k=Pixels} w_k \, (y_k - m(\boldsymbol{x})_k)^2 \,. \end{aligned}$$

$f_{\text{prior}}(\boldsymbol{x})$ = terme de *régularisation* (a priori) :

$$f_{\text{prior}}(\boldsymbol{x}) = \mu \times \Omega(\boldsymbol{x}) \,.$$

Maximum a posteriori

Introduction
Résolution
MV
Approche Maximum a posteriori
Déconvolution Aveugle
Régularisation
Minimisation
Conclusion
Résultats

$f_{\text{post}}(\boldsymbol{x})$ = fonction pénalisante *a posteriori* :

$$f_{\text{post}}(\boldsymbol{x}) = f_{\text{data}}(\boldsymbol{x}) + f_{\text{prior}}(\boldsymbol{x})$$

$f_{\text{data}}(\boldsymbol{x})$ = terme de *vraisemblance* (attache aux données) :

$$\begin{aligned} f_{\text{data}}(\boldsymbol{x}) &= \frac{1}{2}(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{m}(\boldsymbol{x}))^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{C}_{\mathrm{e}}^{-1} \cdot (\boldsymbol{y} - \mathbf{m}(\boldsymbol{x}))\,, \\ &= \frac{1}{2} \sum_{k=Pixels} w_k \, (y_k - m(\boldsymbol{x})_k)^2 \;. \end{aligned}$$

$f_{\text{prior}}(\boldsymbol{x})$ = terme de *régularisation* (a priori) :

$$f_{\text{prior}}(\boldsymbol{x}) = \mu \times \Omega(\boldsymbol{x})\,.$$

Cas de la déconvolution aveugle

Introduction
Résolution
MV
Approche Maximum a posteriori
Déconvolution Aveugle
Régularisation
Minimisation
Conclusion
Résultats

PSF $\boldsymbol{h}$ et objet $\boldsymbol{x}$ inconnus

Estimer $\boldsymbol{h}$ et $\boldsymbol{x}$ d'après les données $\boldsymbol{y}$:
Déconvolution aveugle.

Critère à minimiser

$$f_{\text{post}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{h}) \quad = \quad f_{\text{data}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{h}\,; \boldsymbol{y}) + f_{\text{prior}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{h})\,,$$

Cas de la déconvolution aveugle

Introduction
Résolution
MV
Approche Maximum a posteriori
Déconvolution Aveugle
Régularisation
Minimisation
Conclusion
Résultats

PSF $\boldsymbol{h}$ et objet $\boldsymbol{x}$ inconnus

Estimer $\boldsymbol{h}$ et $\boldsymbol{x}$ d'après les données $\boldsymbol{y}$:
Déconvolution aveugle.

Critère à minimiser

$$f_{\text{post}}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{h}) \quad = \quad f_{\text{data}}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{h}\,;\boldsymbol{y}) + f_{\text{prior}}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{h})\,,$$

Cas de la déconvolution aveugle

Introduction
Résolution
MV
Approche Maximum a posteriori
Déconvolution Aveugle
Régularisation
Minimisation
Conclusion
Résultats

PSF $\boldsymbol{h}$ et objet $\boldsymbol{x}$ inconnus

Estimer $\boldsymbol{h}$ et $\boldsymbol{x}$ d'après les données $\boldsymbol{y}$:
Déconvolution aveugle.

Critère à minimiser

$$\begin{aligned} f_{\text{post}}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{h}) &= f_{\text{data}}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{h}\,;\boldsymbol{y}) + f_{\text{prior}}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{h})\,, \\ &= f_{\text{data}}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{h}\,;\boldsymbol{y}) + f_{\text{prior}}(\boldsymbol{x}) + f_{\text{prior}}(\boldsymbol{h})\,. \end{aligned}$$

Introduction
Résolution
Régularisation
Principe
Régularisation séparable
Taxonomie
Régularisation spatiale de l'objet
Régularisation spatiale de la PSF
Autres dimensions
Minimisation
Conclusion
Résultats

Régularisation

Régularisation séparable

Introduction
Résolution
Régularisation
Principe
Régularisation séparable
Taxonomie
Régularisation spatiale de l'objet
Régularisation spatiale de la PSF
Autres dimensions
Minimisation
Conclusion
Résultats

Idée :

Régularisation séparable suivant les dimensions de l'objet :

$$f_{\text{prior}}(\boldsymbol{x}) = f_{\text{spatial}}(\boldsymbol{x}) + f_{\text{spectral}}(\boldsymbol{x}) + f_{\text{temporel}}(\boldsymbol{x})$$

Une régularisation spatiale

$$f_{\text{spatial}}(\boldsymbol{x}) = \sum_{\lambda,t} \alpha_{\lambda,t}\, \Omega_{\text{spatial}}(\boldsymbol{x}_{\lambda,t})$$

Une régularisation spectrale

$$f_{\text{spectral}}(\boldsymbol{x}) = \sum_{k,t} \beta_{k,t}\, \Omega_{\text{spectral}}(\boldsymbol{x}_{k,t})$$

Une régularisation temporelle

$$f_{\text{temporel}}(\boldsymbol{x}) = \sum_{\lambda,k} \mu_{\lambda,k}\, \Omega_{\text{temporel}}(\boldsymbol{x}_{\lambda,k})$$

Régularisation séparable

Introduction
Résolution
Régularisation
Principe
Régularisation séparable
Taxonomie
Régularisation spatiale de l'objet
Régularisation spatiale de la PSF
Autres dimensions
Minimisation
Conclusion
Résultats

Idée :

Régularisation séparable suivant les dimensions de l'objet :

$$f_{\text{prior}}(\boldsymbol{x}) = f_{\text{spatial}}(\boldsymbol{x}) + f_{\text{spectral}}(\boldsymbol{x}) + f_{\text{temporel}}(\boldsymbol{x})$$

Une régularisation spatiale

$$f_{\text{spatial}}(\boldsymbol{x}) = \sum_{\lambda,t} \alpha_{\lambda,t}\, \Omega_{\text{spatial}}(\boldsymbol{x}_{\lambda,t})$$

Une régularisation spectrale

$$f_{\text{spectral}}(\boldsymbol{x}) = \sum_{k,t} \beta_{k,t}\, \Omega_{\text{spectral}}(\boldsymbol{x}_{k,t})$$

Une régularisation temporelle

$$f_{\text{temporel}}(\boldsymbol{x}) = \sum_{\lambda,k} \mu_{\lambda,k}\, \Omega_{\text{temporel}}(\boldsymbol{x}_{\lambda,k})$$

Régularisation séparable

Introduction
Résolution
Régularisation
Principe
Régularisation séparable
Taxonomie
Régularisation spatiale de l'objet
Régularisation spatiale de la PSF
Autres dimensions
Minimisation
Conclusion
Résultats

Idée :

Régularisation séparable suivant les dimensions de l'objet :

$$f_{\text{prior}}(\boldsymbol{x}) = f_{\text{spatial}}(\boldsymbol{x}) + f_{\text{spectral}}(\boldsymbol{x}) + f_{\text{temporel}}(\boldsymbol{x})$$

Une régularisation spatiale

$$f_{\text{spatial}}(\boldsymbol{x}) = \sum_{\lambda,t} \alpha_{\lambda,t}\, \Omega_{\text{spatial}}(\boldsymbol{x}_{\lambda,t})$$

Une régularisation spectrale

$$f_{\text{spectral}}(\boldsymbol{x}) = \sum_{k,t} \beta_{k,t}\, \Omega_{\text{spectral}}(\boldsymbol{x}_{k,t})$$

Une régularisation temporelle

$$f_{\text{temporel}}(\boldsymbol{x}) = \sum_{\lambda,k} \mu_{\lambda,k}\, \Omega_{\text{temporel}}(\boldsymbol{x}_{\lambda,k})$$

Régularisation séparable

Introduction
Résolution
Régularisation
Principe
Régularisation séparable
Taxonomie
Régularisation spatiale de l'objet
Régularisation spatiale de la PSF
Autres dimensions
Minimisation
Conclusion
Résultats

Idée :

Régularisation séparable suivant les dimensions de l'objet :

$$f_{\text{prior}}(\boldsymbol{x}) = f_{\text{spatial}}(\boldsymbol{x}) + f_{\text{spectral}}(\boldsymbol{x}) + f_{\text{temporel}}(\boldsymbol{x})$$

Une régularisation spatiale

$$f_{\text{spatial}}(\boldsymbol{x}) = \sum_{\lambda,t} \alpha_{\lambda,t}\, \Omega_{\text{spatial}}(\boldsymbol{x}_{\lambda,t})$$

Une régularisation spectrale

$$f_{\text{spectral}}(\boldsymbol{x}) = \sum_{k,t} \beta_{k,t}\, \Omega_{\text{spectral}}(\boldsymbol{x}_{k,t})$$

Une régularisation temporelle

$$f_{\text{temporel}}(\boldsymbol{x}) = \sum_{\lambda,k} \mu_{\lambda,k}\, \Omega_{\text{temporel}}(\boldsymbol{x}_{\lambda,k})$$

Forme générale de la régularisation

Introduction
Résolution
Régularisation
Principe
Régularisation séparable
Taxonomie
Régularisation spatiale de l'objet
Régularisation spatiale de la PSF
Autres dimensions
Minimisation
Conclusion
Résultats

Forme générale

$$\Omega_{\mathrm{S}}(\boldsymbol{x}) = \sum_k \psi_k(\boldsymbol{x}) \,,$$

Forme générale de la régularisation

Introduction
Résolution
Régularisation
Principe
Régularisation séparable
Taxonomie
Régularisation spatiale de l'objet
Régularisation spatiale de la PSF
Autres dimensions
Minimisation
Conclusion
Résultats

Forme générale

$$\Omega_{\mathrm{S}}(\boldsymbol{x}) = \sum_k \psi_k(\boldsymbol{x}) \,,$$

Avec $\psi_k(\boldsymbol{x})$:

- Total Variation [Rudin *et al.* 1992]

$$\psi_k(\boldsymbol{x}) = \sqrt{(\nabla_{\mathrm{E}} \cdot \boldsymbol{x})_k^2 + (\nabla_{\mathrm{N}} \cdot \boldsymbol{x})_k^2} \,.$$

- maximum d'entropie (avec a priori $\boldsymbol{p}$) [Skilling&Bryan 1984] :

$$\psi_k(\boldsymbol{x}) = \left[p_k - x_k + x_k \, \log(x_k/p_k)\right]$$

- Contrainte de support + positivité [Kundur1996]

$$\Omega_{\mathrm{S}}(\boldsymbol{x}) = \sum_{\boldsymbol{x}\in\mathcal{S}} \left[\min(\boldsymbol{x} - \mathrm{Bg}, 0)\right]^2 + \gamma \sum_{\boldsymbol{x}\notin\mathcal{S}} \left[\boldsymbol{x} - \mathrm{Bg}\right]^2$$

Forme générale de la régularisation

Introduction
Résolution
Régularisation
Principe
Régularisation séparable
Taxonomie
Régularisation spatiale de l'objet
Régularisation spatiale de la PSF
Autres dimensions
Minimisation
Conclusion
Résultats

Forme générale

$$\Omega_{\mathrm{S}}(\boldsymbol{x}) = \sum_k \psi_k(\boldsymbol{x}) \,,$$

Le plus souvent un opérateur linéaire du type :

$$\psi_k(\boldsymbol{x}) = \varphi([\mathbf{A} \cdot \boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}]_k) \,.$$

où φ est une métrique (éventuellement pondérée).

$\mathbf{A}$ permet de changer d'espace (ou pas)

- espace de fourier,
- espace des ondellettes,
- espace des "gradient"
- ...

Métriques

Introduction
Résolution
Régularisation
Principe
Régularisation séparable
Taxonomie
Régularisation spatiale de l'objet
Régularisation spatiale de la PSF
Autres dimensions
Minimisation
Conclusion
Résultats

φ est une métrique :

- **Positive :** $\varphi(t) \geq 0$,
- **Définie :** $\varphi(t) = 0$ si et seulement si $t = 0$,
- **Symétrique :** $\varphi(-t) = \varphi(t)\,,\ \forall t$,
- **Croissante monotone :** $t > t' \varphi(t) \geq \varphi(t') \Rightarrow \forall \{t, t'\}$,

Dans le cas quadratique ($\varphi = \|.\|^2_{\mathbf{W}}$)

$$\Omega_{\mathrm{S}}(\boldsymbol{x}) = \left[\mathbf{A} \cdot \boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}\right]^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{W} \cdot \left[\mathbf{A} \cdot \boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}\right]$$

a priori gaussien avec $\mathbf{W} = \mathrm{Cov}^{-1}(\mathbf{A} \cdot \boldsymbol{x})$.

Si $f_{\mathrm{data}}(\boldsymbol{x})$ est **quadratique** alors la solution est **analytique**.
(si $\mathbf{A} = \mathbf{I}$, on a le filtre de Wiener).

Métriques

Introduction
Résolution
Régularisation
Principe
Régularisation séparable
Taxonomie
Régularisation spatiale de l'objet
Régularisation spatiale de la PSF
Autres dimensions
Minimisation
Conclusion
Résultats

φ est une métrique :

- **Positive :** $\varphi(t) \geq 0$,
- **Définie :** $\varphi(t) = 0$ si et seulement si $t = 0$,
- **Symétrique :** $\varphi(-t) = \varphi(t)\,,\ \forall t$,
- **Croissante monotone :** $t > t' \varphi(t) \geq \varphi(t') \Rightarrow \forall \{t, t'\}$,

Dans le cas quadratique ($\varphi = \|.\|^2_{\mathbf{W}}$)

$$\Omega_{\mathrm{S}}(\boldsymbol{x}) = \left[\mathbf{A} \cdot \boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}\right]^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{W} \cdot \left[\mathbf{A} \cdot \boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}\right]$$

a priori gaussien avec $\mathbf{W} = \mathrm{Cov}^{-1}(\mathbf{A} \cdot \boldsymbol{x})$.

Si $f_{\mathrm{data}}(\boldsymbol{x})$ est **quadratique** alors la solution est **analytique**.
(si $\mathbf{A} = \mathbf{I}$, on a le filtre de Wiener).

Métriques

Introduction
Résolution
Régularisation
Principe
Régularisation séparable
Taxonomie
Régularisation spatiale de l'objet
Régularisation spatiale de la PSF
Autres dimensions
Minimisation
Conclusion
Résultats

φ est une métrique :

- **Positive :** $\varphi(t) \geq 0$,
- **Définie :** $\varphi(t) = 0$ si et seulement si $t = 0$,
- **Symétrique :** $\varphi(-t) = \varphi(t)\,,\ \forall t$,
- **Croissante monotone :** $t > t' \varphi(t) \geq \varphi(t') \Rightarrow \forall \{t, t'\}$,

Dans le cas quadratique ($\varphi = \|.\|^2_{\mathbf{W}}$)

$$\Omega_{\mathrm{S}}(\boldsymbol{x}) = \left[\mathbf{A} \cdot \boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}\right]^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{W} \cdot \left[\mathbf{A} \cdot \boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}\right]$$

a priori gaussien avec $\mathbf{W} = \mathrm{Cov}^{-1}(\mathbf{A} \cdot \boldsymbol{x})$.

Si $f_{\mathrm{data}}(\boldsymbol{x})$ est **quadratique** alors la solution est **analytique**.
(si $\mathbf{A} = \mathbf{I}$, on a le filtre de Wiener).

Métriques

Introduction
Résolution
Régularisation
Principe
Régularisation séparable
Taxonomie
Régularisation spatiale de l'objet
Régularisation spatiale de la PSF
Autres dimensions
Minimisation
Conclusion
Résultats

φ est une métrique :

- **Positive :** $\varphi(t) \geq 0$,
- **Définie :** $\varphi(t) = 0$ si et seulement si $t = 0$,
- **Symétrique :** $\varphi(-t) = \varphi(t)\,,\ \forall t$,
- **Croissante monotone :** $t > t' \varphi(t) \geq \varphi(t') \Rightarrow \forall \{t, t'\}$,

Dans le cas quadratique ($\varphi = \|.\|^2_{\mathbf{W}}$)

$$\Omega_{\mathrm{S}}(\boldsymbol{x}) = \left[\mathbf{A} \cdot \boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}\right]^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{W} \cdot \left[\mathbf{A} \cdot \boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}\right]$$

a priori gaussien avec $\mathbf{W} = \mathrm{Cov}^{-1}(\mathbf{A} \cdot \boldsymbol{x})$.

Si $f_{\mathrm{data}}(\boldsymbol{x})$ est **quadratique** alors la solution est **analytique**.
(si $\mathbf{A} = \mathbf{I}$, on a le filtre de Wiener).

Normes L_0 et L_1

Introduction
Résolution
Régularisation
Principe
Régularisation séparable
Taxonomie
Régularisation spatiale de l'objet
Régularisation spatiale de la PSF
Autres dimensions
Minimisation
Conclusion
Résultats

La parcimonie :

Il y a *a priori* peu de coefficients significatifs dans l'espace "d'arrivé" de $\mathbf{A}$.

Cela signifie :

$$\Omega_S(\boldsymbol{x}) = \sum_k \|(\mathbf{A} \cdot \boldsymbol{x})_k\|_0 \ .$$

Problème combinatoire NP-Dur

Le résultat peut être approché en utilisant la norme L_1 [Tao. . .] :

$$\Omega_S(\boldsymbol{x}) = \sum_k \|(\mathbf{A} \cdot \boldsymbol{x})_k\|_1 \ .$$

Nombreux résultats et algorithmes dans le champ du Compress Sensing.

Normes L_0 et L_1

Introduction
Résolution
Régularisation
Principe
Régularisation séparable
Taxonomie
Régularisation spatiale de l'objet
Régularisation spatiale de la PSF
Autres dimensions
Minimisation
Conclusion
Résultats

La parcimonie :

Il y a *a priori* peu de coefficients significatifs dans l'espace "d'arrivé" de $\mathbf{A}$.

Cela signifie :

$$\Omega_S(\boldsymbol{x}) = \sum_k \|(\mathbf{A} \cdot \boldsymbol{x})_k\|_0 \ .$$

Problème combinatoire NP-Dur

Le résultat peut être approché en utilisant la norme L_1 [Tao. . .] :

$$\Omega_S(\boldsymbol{x}) = \sum_k \|(\mathbf{A} \cdot \boldsymbol{x})_k\|_1 \ .$$

Nombreux résultats et algorithmes dans le champ du Compress Sensing.

Normes L_0 et L_1

Introduction
Résolution
Régularisation
Principe
Régularisation séparable
Taxonomie
Régularisation spatiale de l'objet
Régularisation spatiale de la PSF
Autres dimensions
Minimisation
Conclusion
Résultats

La parcimonie :

Il y a *a priori* peu de coefficients significatifs dans l'espace "d'arrivé" de $\mathbf{A}$.

Cela signifie :

$$\Omega_S(\boldsymbol{x}) = \sum_k \|(\mathbf{A} \cdot \boldsymbol{x})_k\|_0 \ .$$

Problème combinatoire NP-Dur

Le résultat peut être approché en utilisant la norme L_1 [Tao. . .] :

$$\Omega_S(\boldsymbol{x}) = \sum_k \|(\mathbf{A} \cdot \boldsymbol{x})_k\|_1 \ .$$

Nombreux résultats et algorithmes dans le champ du Compress Sensing.

Normes L_0 et L_1

Introduction
Résolution
Régularisation
Principe
Régularisation séparable
Taxonomie
Régularisation spatiale de l'objet
Régularisation spatiale de la PSF
Autres dimensions
Minimisation
Conclusion
Résultats

La parcimonie :

Il y a *a priori* peu de coefficients significatifs dans l'espace "d'arrivé" de $\mathbf{A}$.

Cela signifie :

$$\Omega_S(\boldsymbol{x}) = \sum_k \|(\mathbf{A} \cdot \boldsymbol{x})_k\|_0 \ .$$

Problème combinatoire NP-Dur

Le résultat peut être approché en utilisant la norme L_1 [Tao. . .] :

$$\Omega_S(\boldsymbol{x}) = \sum_k \|(\mathbf{A} \cdot \boldsymbol{x})_k\|_1 \ .$$

Nombreux résultats et algorithmes dans le champ du Compress Sensing.

Normes non-quadratiques

Introduction
Résolution
Régularisation
Principe
Régularisation séparable
Taxonomie
Régularisation spatiale de l'objet
Régularisation spatiale de la PSF
Autres dimensions
Minimisation
Conclusion
Résultats

De nombreuses métriques ou fonctions de potentiel ont été proposées [Charbonnier1997,Nikolova1996].

- ℓ_2–ℓ_1 :

$$\varphi_{\ell_2-\ell_1}(t) = 2\,\eta^2 \left(\frac{|t|}{\eta} - \log\left(1 + \frac{|t|}{\eta}\right)\right),$$

- **lorentzienne** :

$$\varphi_{\text{Lorentz}}(t) = \eta^2 \log\left(1 + \frac{t^2}{2\,\eta^2}\right),$$

- **Geman-McClure** :

$$\varphi_{\text{GM}}(t) = \eta^2 \frac{t^2}{\eta^2 + t^2},$$

- ℓ_2–ℓ_0 :

$$\varphi_{\ell_2-\ell_0}(t) = \eta^2 \arctan\left(\frac{t^2}{\eta^2}\right),$$

Normes non-quadratiques

Introduction
Résolution
Régularisation
Principe
Régularisation séparable
Taxonomie
Régularisation spatiale de l'objet
Régularisation spatiale de la PSF
Autres dimensions
Minimisation
Conclusion
Résultats

De nombreuses métriques ou fonctions de potentiel ont été proposées [Charbonnier1997,Nikolova1996].

- ℓ_2–ℓ_1 :

$$\varphi_{\ell_2-\ell_1}(t) = 2\,\eta^2 \left(\frac{|t|}{\eta} - \log\left(1 + \frac{|t|}{\eta}\right)\right) ,$$

- **lorentzienne** :

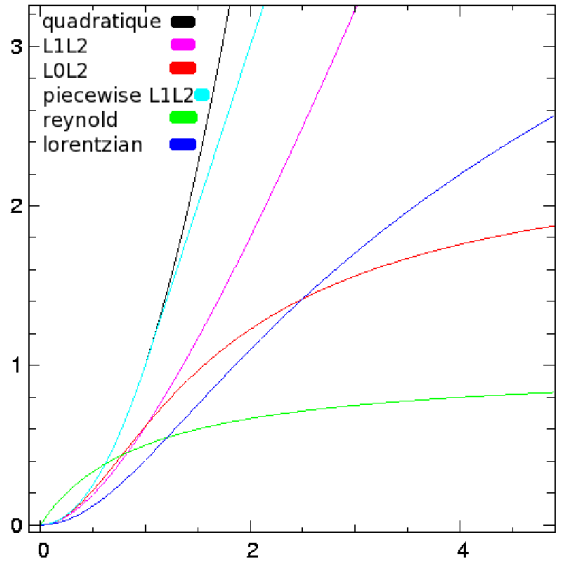
$$\varphi_{\text{Lorentz}}(t) = \eta^2 \, \log\left(1 + \frac{t^2}{2\,\eta^2}\right) ,$$

- **Geman-McClure** :

$$\varphi_{\text{GM}}(t) = \eta^2 \, \frac{t^2}{\eta^2 + t^2} ,$$

- ℓ_2–ℓ_0 :

$$\varphi_{\ell_2-\ell_0}(t) = \eta^2 \arctan\left(\frac{t^2}{\eta^2}\right) ,$$



Régularisation spatiale

Introduction
Résolution
Régularisation
Principe
Régularisation séparable
Taxonomie
Régularisation spatiale de l'objet
Régularisation spatiale de la PSF
Autres dimensions
Minimisation
Conclusion
Résultats

A priori de lissage, contraintes sur les gradients spatiaux :

$$\Omega_{\text{spatial}}(\boldsymbol{x}) = \sum_{r} \sum_{k' \in V_k} \varphi\left(\frac{x_k - x_{k'}}{d(k,k')}\right),$$

- V_k : voisinage spatial du pixel k,
- $d(k,k')$: distance entre les pixels k.

Lien avec Bayes :

Noir	histogramme du gradient horizontal,
Rouge	gaussienne,
Bleu	laplacienne,
Magenta	lorentzienne.

Régularisation spatiale

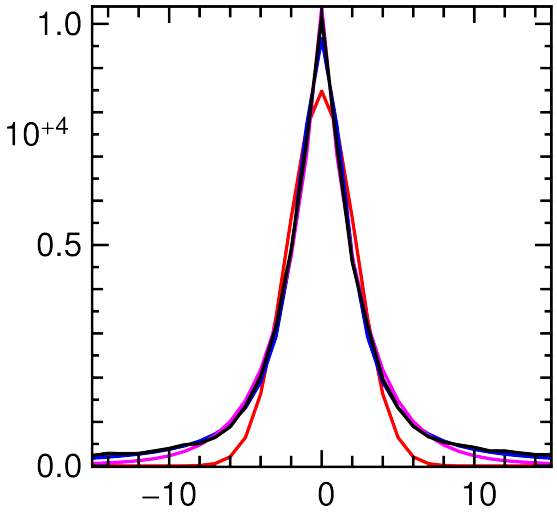
Introduction
Résolution
Régularisation
Principe
Régularisation séparable
Taxonomie
Régularisation spatiale de l'objet
Régularisation spatiale de la PSF
Autres dimensions
Minimisation
Conclusion
Résultats

A priori de lissage, contraintes sur les gradients spatiaux :

$$\Omega_{\text{spatial}}(\boldsymbol{x}) = \sum_{r} \sum_{k' \in V_k} \varphi\left(\frac{x_k - x_{k'}}{d(k,k')}\right),$$

- V_k : voisinage spatial du pixel k,
- $d(k,k')$: distance entre les pixels k.

Lien avec Bayes :



Noir	histogramme du gradient horizontal,
Rouge	gaussienne,
Bleu	laplacienne,
Magenta	lorentzienne.

Résultats simulations

Introduction
Résolution
Régularisation
Principe
Régularisation séparable
Taxonomie
Régularisation spatiale de l'objet
Régularisation spatiale de la PSF
Autres dimensions
Minimisation
Conclusion
Résultats

Données simulées.

Vérité.

Résultats simulations

Introduction
Résolution
Régularisation
Principe
Régularisation séparable
Taxonomie
Régularisation spatiale de l'objet
Régularisation spatiale de la PSF
Autres dimensions
Minimisation
Conclusion
Résultats

Régularisation quadratique
(EQM = 23 dB).

Régularisation
avec norme $\ell_2 - \ell_1$
(EQM = 20.8 dB).

Résultats simulations

Introduction
Résolution
Régularisation
Principe
Régularisation séparable
Taxonomie
Régularisation spatiale de l'objet
Régularisation spatiale de la PSF
Autres dimensions
Minimisation
Conclusion
Résultats

Régularisation L_1
(EQM = 20.9 dB).

Total Variation,
(EQM = 20.9 dB).

Régularisation de la PSF

Introduction
Résolution
Régularisation
Principe
Régularisation séparable
Taxonomie
Régularisation spatiale de l'objet
Régularisation spatiale de la PSF
Autres dimensions
Minimisation
Conclusion
Résultats

Régularisation spatiale

1. Identique à la régularisation spatiale,
2. Si l'on dispose d'une forme *a priori* $\boldsymbol{p}(\theta)$:

$$\Omega_{\text{spatial}}(\boldsymbol{h}_{\lambda,t}) = (\boldsymbol{h}_{\lambda,t} - \boldsymbol{p}(\theta))^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{W} \cdot (\boldsymbol{h}_{\lambda,t} - \boldsymbol{p}(\theta)),$$

où $\mathbf{W}$ est une matrice de poids.

Contraintes strictes sur la PSF

- Contrainte de normalisation,
- Contraintes de positivité.

Régularisation de la PSF

Introduction
Résolution
Régularisation
Principe
Régularisation séparable
Taxonomie
Régularisation spatiale de l'objet
Régularisation spatiale de la PSF
Autres dimensions
Minimisation
Conclusion
Résultats

Régularisation spatiale

1. Identique à la régularisation spatiale,
2. Si l'on dispose d'une forme *a priori* $\boldsymbol{p}(\theta)$:

$$\Omega_{\text{spatial}}(\boldsymbol{h}_{\lambda,t}) = (\boldsymbol{h}_{\lambda,t} - \boldsymbol{p}(\theta))^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{W} \cdot (\boldsymbol{h}_{\lambda,t} - \boldsymbol{p}(\theta)),$$

où $\mathbf{W}$ est une matrice de poids.

Contraintes strictes sur la PSF

- Contrainte de normalisation,
- Contraintes de positivité.

Régularisation de la PSF

Introduction
Résolution
Régularisation
Principe
Régularisation séparable
Taxonomie
Régularisation spatiale de l'objet
Régularisation spatiale de la PSF
Autres dimensions
Minimisation
Conclusion
Résultats

Régularisation spatiale

1. Identique à la régularisation spatiale,
2. Si l'on dispose d'une forme *a priori* $\boldsymbol{p}(\theta)$:

$$\Omega_{\text{spatial}}(\boldsymbol{h}_{\lambda,t}) = (\boldsymbol{h}_{\lambda,t} - \boldsymbol{p}(\theta))^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{W} \cdot (\boldsymbol{h}_{\lambda,t} - \boldsymbol{p}(\theta)),$$

où $\mathbf{W}$ est une matrice de poids.

Contraintes strictes sur la PSF

- Contrainte de normalisation,
- Contraintes de positivité.

Régularisation de la PSF

Introduction
Résolution
Régularisation
Principe
Régularisation séparable
Taxonomie
Régularisation spatiale de l'objet
Régularisation spatiale de la PSF
Autres dimensions
Minimisation
Conclusion
Résultats

Régularisation spatiale

1. Identique à la régularisation spatiale,
2. Si l'on dispose d'une forme *a priori* $\boldsymbol{p}(\theta)$:

$$\Omega_{\text{spatial}}(\boldsymbol{h}_{\lambda,t}) = (\boldsymbol{h}_{\lambda,t} - \boldsymbol{p}(\theta))^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{W} \cdot (\boldsymbol{h}_{\lambda,t} - \boldsymbol{p}(\theta)),$$

où $\mathbf{W}$ est une matrice de poids.

Contraintes strictes sur la PSF

- Contrainte de normalisation,
- Contraintes de positivité.

Régularisation de la PSF

Introduction
Résolution
Régularisation
Principe
Régularisation séparable
Taxonomie
Régularisation spatiale de l'objet
Régularisation spatiale de la PSF
Autres dimensions
Minimisation
Conclusion
Résultats

Régularisation spatiale

1. Identique à la régularisation spatiale,
2. Si l'on dispose d'une forme *a priori* $\boldsymbol{p}(\theta)$:

$$\Omega_{\text{spatial}}(\boldsymbol{h}_{\lambda,t}) = (\boldsymbol{h}_{\lambda,t} - \boldsymbol{p}(\theta))^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{W} \cdot (\boldsymbol{h}_{\lambda,t} - \boldsymbol{p}(\theta)),$$

où $\mathbf{W}$ est une matrice de poids.

Contraintes strictes sur la PSF

- Contrainte de normalisation,
- Contraintes de positivité.

Autres dimensions

Introduction
Résolution
Régularisation
Principe
Régularisation séparable
Taxonomie
Régularisation spatiale de l'objet
Régularisation spatiale de la PSF
Autres dimensions
Minimisation
Conclusion
Résultats

D'autres régularisations peuvent être conçue suivant les correllations *a priori* présentes le long de chaque dimension.

- Variation lente de l'objet ou de la PSF,
- Objet semblable à un facteur près dans chaque canaux spectraux,
- Hautes fréquences de chaque canal RGB corrélées,
- ...

Autres dimensions

Introduction
Résolution
Régularisation
Principe
Régularisation séparable
Taxonomie
Régularisation spatiale de l'objet
Régularisation spatiale de la PSF
Autres dimensions
Minimisation
Conclusion
Résultats

D'autres régularisations peuvent être conçue suivant les correllations *a priori* présentes le long de chaque dimension.

- Variation lente de l'objet ou de la PSF,
- Objet semblable à un facteur près dans chaque canaux spectraux,
- Hautes fréquences de chaque canal RGB corrélées,
- ...

Autres dimensions

Introduction
Résolution
Régularisation
Principe
Régularisation séparable
Taxonomie
Régularisation spatiale de l'objet
Régularisation spatiale de la PSF
Autres dimensions
Minimisation
Conclusion
Résultats

D'autres régularisations peuvent être conçue suivant les correllations *a priori* présentes le long de chaque dimension.

- Variation lente de l'objet ou de la PSF,
- Objet semblable à un facteur près dans chaque canaux spectraux,
- Hautes fréquences de chaque canal RGB corrélées,
- ...

Autres dimensions

Introduction
Résolution
Régularisation
Principe
Régularisation séparable
Taxonomie
Régularisation spatiale de l'objet
Régularisation spatiale de la PSF
Autres dimensions
Minimisation
Conclusion
Résultats

D'autres régularisations peuvent être conçue suivant les correllations *a priori* présentes le long de chaque dimension.

- Variation lente de l'objet ou de la PSF,
- Objet semblable à un facteur près dans chaque canaux spectraux,
- Hautes fréquences de chaque canal RGB corrélées,
- ...

Autres dimensions

Introduction
Résolution
Régularisation
Principe
Régularisation séparable
Taxonomie
Régularisation spatiale de l'objet
Régularisation spatiale de la PSF
Autres dimensions
Minimisation
Conclusion
Résultats

D'autres régularisations peuvent être conçue suivant les correllations *a priori* présentes le long de chaque dimension.

- Variation lente de l'objet ou de la PSF,
- Objet semblable à un facteur près dans chaque canaux spectraux,
- Hautes fréquences de chaque canal RGB corrélées,
- ...

Autres dimensions

Introduction
Résolution
Régularisation
Principe
Régularisation séparable
Taxonomie
Régularisation spatiale de l'objet
Régularisation spatiale de la PSF
Autres dimensions
Minimisation
Conclusion
Résultats

D'autres régularisations peuvent être conçue suivant les correllations *a priori* présentes le long de chaque dimension.

- Variation lente de l'objet ou de la PSF,
- Objet semblable à un facteur près dans chaque canaux spectraux,
- Hautes fréquences de chaque canal RGB corrélées,
- ...

Minimisation

Il ne reste plus qu'à trouver $\{\boldsymbol{x}^{\mathrm{MAP}}, \boldsymbol{h}^{\mathrm{MAP}}\}$ qui minimise :

$$\{\boldsymbol{x}^{\mathrm{MAP}}, \boldsymbol{h}^{\mathrm{MAP}}\} = \underset{\{\boldsymbol{x}^{\mathrm{MAP}}, \boldsymbol{h}^{\mathrm{MAP}}\}}{\arg\min} \left[f_{\mathrm{data}}(\boldsymbol{x}) + f_{\mathrm{prior}}(\boldsymbol{x}) + f_{\mathrm{prior}}(\boldsymbol{h}) \right].$$

3 façons différentes

(Voir [Figueiredo2007]) :

1. minimiser $f_{\mathrm{post}} = f_{\mathrm{data}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{h}) + \mu\, \Omega_{\mathrm{spatial}}(\boldsymbol{x})$,
   ex. MAAD...
2. minimiser $f_{\mathrm{data}}(\boldsymbol{x})$ sous la contrainte $\Omega_{\mathrm{spatial}}(\boldsymbol{x}) < \epsilon$,
   ex. LASSO...
3. minimiser $\Omega_{\mathrm{spatial}}(\boldsymbol{x})$ sous la contrainte $f_{\mathrm{data}}(\boldsymbol{x}) < \epsilon$,
   ex. Basis Pursuit...

Il ne reste plus qu'à trouver $\{\boldsymbol{x}^{\mathrm{MAP}}, \boldsymbol{h}^{\mathrm{MAP}}\}$ qui minimise :

$$\{\boldsymbol{x}^{\mathrm{MAP}}, \boldsymbol{h}^{\mathrm{MAP}}\} = \underset{\{\boldsymbol{x}^{\mathrm{MAP}}, \boldsymbol{h}^{\mathrm{MAP}}\}}{\arg\min} \left[f_{\mathrm{data}}(\boldsymbol{x}) + f_{\mathrm{prior}}(\boldsymbol{x}) + f_{\mathrm{prior}}(\boldsymbol{h}) \right].$$

3 façons différentes

(Voir [Figueiredo2007]) :

1. minimiser $f_{\mathrm{post}} = f_{\mathrm{data}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{h}) + \mu\, \Omega_{\mathrm{spatial}}(\boldsymbol{x})$,
   ex. MAAD...
2. minimiser $f_{\mathrm{data}}(\boldsymbol{x})$ sous la contrainte $\Omega_{\mathrm{spatial}}(\boldsymbol{x}) < \epsilon$,
   ex. LASSO...
3. minimiser $\Omega_{\mathrm{spatial}}(\boldsymbol{x})$ sous la contrainte $f_{\mathrm{data}}(\boldsymbol{x}) < \epsilon$,
   ex. Basis Pursuit...

Il ne reste plus qu'à trouver $\{\boldsymbol{x}^{\mathrm{MAP}}, \boldsymbol{h}^{\mathrm{MAP}}\}$ qui minimise :

$$\{\boldsymbol{x}^{\mathrm{MAP}}, \boldsymbol{h}^{\mathrm{MAP}}\} = \underset{\{\boldsymbol{x}^{\mathrm{MAP}}, \boldsymbol{h}^{\mathrm{MAP}}\}}{\arg\min} \left[f_{\mathrm{data}}(\boldsymbol{x}) + f_{\mathrm{prior}}(\boldsymbol{x}) + f_{\mathrm{prior}}(\boldsymbol{h}) \right].$$

3 façons différentes

(Voir [Figueiredo2007]) :

1. minimiser $f_{\mathrm{post}} = f_{\mathrm{data}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{h}) + \mu\, \Omega_{\mathrm{spatial}}(\boldsymbol{x})$,
   ex. MAAD...
2. minimiser $f_{\mathrm{data}}(\boldsymbol{x})$ sous la contrainte $\Omega_{\mathrm{spatial}}(\boldsymbol{x}) < \epsilon$,
   ex. LASSO...
3. minimiser $\Omega_{\mathrm{spatial}}(\boldsymbol{x})$ sous la contrainte $f_{\mathrm{data}}(\boldsymbol{x}) < \epsilon$,
   ex. Basis Pursuit...

Il ne reste plus qu'à trouver $\{\boldsymbol{x}^{\mathrm{MAP}}, \boldsymbol{h}^{\mathrm{MAP}}\}$ qui minimise :

$$\{\boldsymbol{x}^{\mathrm{MAP}}, \boldsymbol{h}^{\mathrm{MAP}}\} = \underset{\{\boldsymbol{x}^{\mathrm{MAP}}, \boldsymbol{h}^{\mathrm{MAP}}\}}{\arg\min} \left[f_{\mathrm{data}}(\boldsymbol{x}) + f_{\mathrm{prior}}(\boldsymbol{x}) + f_{\mathrm{prior}}(\boldsymbol{h}) \right].$$

3 façons différentes

(Voir [Figueiredo2007]) :

1. minimiser $f_{\mathrm{post}} = f_{\mathrm{data}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{h}) + \mu\, \Omega_{\mathrm{spatial}}(\boldsymbol{x})$,
   ex. MAAD...
2. minimiser $f_{\mathrm{data}}(\boldsymbol{x})$ sous la contrainte $\Omega_{\mathrm{spatial}}(\boldsymbol{x}) < \epsilon$,
   ex. LASSO...
3. minimiser $\Omega_{\mathrm{spatial}}(\boldsymbol{x})$ sous la contrainte $f_{\mathrm{data}}(\boldsymbol{x}) < \epsilon$,
   ex. Basis Pursuit...

Il ne reste plus qu'à trouver $\{\boldsymbol{x}^{\mathrm{MAP}}, \boldsymbol{h}^{\mathrm{MAP}}\}$ qui minimise :

$$\{\boldsymbol{x}^{\mathrm{MAP}}, \boldsymbol{h}^{\mathrm{MAP}}\} = \underset{\{\boldsymbol{x}^{\mathrm{MAP}}, \boldsymbol{h}^{\mathrm{MAP}}\}}{\arg\min} \left[f_{\mathrm{data}}(\boldsymbol{x}) + f_{\mathrm{prior}}(\boldsymbol{x}) + f_{\mathrm{prior}}(\boldsymbol{h}) \right].$$

3 façons différentes

(Voir [Figueiredo2007]) :

1. minimiser $f_{\mathrm{post}} = f_{\mathrm{data}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{h}) + \mu\, \Omega_{\mathrm{spatial}}(\boldsymbol{x})$,
   ex. MAAD...
2. minimiser $f_{\mathrm{data}}(\boldsymbol{x})$ sous la contrainte $\Omega_{\mathrm{spatial}}(\boldsymbol{x}) < \epsilon$,
   ex. LASSO...
3. minimiser $\Omega_{\mathrm{spatial}}(\boldsymbol{x})$ sous la contrainte $f_{\mathrm{data}}(\boldsymbol{x}) < \epsilon$,
   ex. Basis Pursuit...

Minimisation alternée

Introduction
Résolution
Régularisation
Minimisation
Conclusion
Résultats

Le critère

$$f_{\text{data}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{h}) + f_{\text{prior}}(\boldsymbol{x}) + f_{\text{prior}}(\boldsymbol{h}) \,.$$

n'est convexe ni homogène.

Minimisation alternée du critère $f_{\text{post}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{h})$:

1. Initialisation de la PSF avec son *a priori* $\boldsymbol{h}^{(0)} = \boldsymbol{p}$,
2. estimation de l'objet optimal $\boldsymbol{x}^{(k+1)}$ étant donné la PSF $\boldsymbol{h}^{(k)}$,
3. estimation de la PSF optimale $\boldsymbol{h}^{(k+1)}$ étant donné $\boldsymbol{x}^{(k+1)}$,
4. répéter les étapes 2 et 3 jusqu'à convergence.

Le solution dépend du point de départ :

- **PSF** Si l'on dispose d'une PSF *a priori* : $\boldsymbol{h}^{(0)} = \boldsymbol{p}$,
- **Objet** $\boldsymbol{x}^{(0)}$ doit permettre un bonne estimation de la PSF $\boldsymbol{h}^{(0)}$.

Minimisation alternée

Introduction
Résolution
Régularisation
Minimisation
Conclusion
Résultats

Le critère

$$f_{\text{data}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{h}) + f_{\text{prior}}(\boldsymbol{x}) + f_{\text{prior}}(\boldsymbol{h}) \,.$$

n'est convexe ni homogène.

Minimisation alternée du critère $f_{\text{post}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{h})$:

1. Initialisation de la PSF avec son *a priori* $\boldsymbol{h}^{(0)} = \boldsymbol{p}$,
2. estimation de l'objet optimal $\boldsymbol{x}^{(k+1)}$ étant donné la PSF $\boldsymbol{h}^{(k)}$,
3. estimation de la PSF optimale $\boldsymbol{h}^{(k+1)}$ étant donné $\boldsymbol{x}^{(k+1)}$,
4. répéter les étapes 2 et 3 jusqu'à convergence.

Le solution dépend du point de départ :

- **PSF** Si l'on dispose d'une PSF *a priori* : $\boldsymbol{h}^{(0)} = \boldsymbol{p}$,
- **Objet** $\boldsymbol{x}^{(0)}$ doit permettre un bonne estimation de la PSF $\boldsymbol{h}^{(0)}$.

Minimisation alternée

Introduction
Résolution
Régularisation
Minimisation
Conclusion
Résultats

Le critère

$$f_{\text{data}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{h}) + f_{\text{prior}}(\boldsymbol{x}) + f_{\text{prior}}(\boldsymbol{h}) \,.$$

n'est convexe ni homogène.

Minimisation alternée du critère $f_{\text{post}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{h})$:

1. Initialisation de la PSF avec son *a priori* $\boldsymbol{h}^{(0)} = \boldsymbol{p}$,
2. estimation de l'objet optimal $\boldsymbol{x}^{(k+1)}$ étant donné la PSF $\boldsymbol{h}^{(k)}$,
3. estimation de la PSF optimale $\boldsymbol{h}^{(k+1)}$ étant donné $\boldsymbol{x}^{(k+1)}$,
4. répéter les étapes 2 et 3 jusqu'à convergence.

Le solution dépend du point de départ :

- **PSF** Si l'on dispose d'une PSF *a priori* : $\boldsymbol{h}^{(0)} = \boldsymbol{p}$,
- **Objet** $\boldsymbol{x}^{(0)}$ doit permettre un bonne estimation de la PSF $\boldsymbol{h}^{(0)}$.

Minimisation alternée

Introduction
Résolution
Régularisation
Minimisation
Conclusion
Résultats

Le critère

$$f_{\text{data}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{h}) + f_{\text{prior}}(\boldsymbol{x}) + f_{\text{prior}}(\boldsymbol{h}) \,.$$

n'est convexe ni homogène.

Minimisation alternée du critère $f_{\text{post}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{h})$:

1. Initialisation de la PSF avec son *a priori* $\boldsymbol{h}^{(0)} = \boldsymbol{p}$,
2. estimation de l'objet optimal $\boldsymbol{x}^{(k+1)}$ étant donné la PSF $\boldsymbol{h}^{(k)}$,
3. estimation de la PSF optimale $\boldsymbol{h}^{(k+1)}$ étant donné $\boldsymbol{x}^{(k+1)}$,
4. répéter les étapes 2 et 3 jusqu'à convergence.

Le solution dépend du point de départ :

- **PSF** Si l'on dispose d'une PSF *a priori* : $\boldsymbol{h}^{(0)} = \boldsymbol{p}$,
- **Objet** $\boldsymbol{x}^{(0)}$ doit permettre un bonne estimation de la PSF $\boldsymbol{h}^{(0)}$.

Minimisation alternée

Introduction
Résolution
Régularisation
Minimisation
Conclusion
Résultats

Le critère

$$f_{\text{data}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{h}) + f_{\text{prior}}(\boldsymbol{x}) + f_{\text{prior}}(\boldsymbol{h}) \,.$$

n'est convexe ni homogène.

Minimisation alternée du critère $f_{\text{post}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{h})$:

1. Initialisation de la PSF avec son *a priori* $\boldsymbol{h}^{(0)} = \boldsymbol{p}$,
2. estimation de l'objet optimal $\boldsymbol{x}^{(k+1)}$ étant donné la PSF $\boldsymbol{h}^{(k)}$,
3. estimation de la PSF optimale $\boldsymbol{h}^{(k+1)}$ étant donné $\boldsymbol{x}^{(k+1)}$,
4. répéter les étapes 2 et 3 jusqu'à convergence.

Le solution dépend du point de départ :

- **PSF** Si l'on dispose d'une PSF *a priori* : $h^{(0)} = p$,
- **Objet** $x^{(0)}$ doit permettre un bonne estimation de la PSF $h^{(0)}$.

Minimisation alternée

Introduction
Résolution
Régularisation
Minimisation
Conclusion
Résultats

Le critère

$$f_{\text{data}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{h}) + f_{\text{prior}}(\boldsymbol{x}) + f_{\text{prior}}(\boldsymbol{h}) \,.$$

n'est convexe ni homogène.

Minimisation alternée du critère $f_{\text{post}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{h})$:

1. Initialisation de la PSF avec son *a priori* $\boldsymbol{h}^{(0)} = \boldsymbol{p}$,
2. estimation de l'objet optimal $\boldsymbol{x}^{(k+1)}$ étant donné la PSF $\boldsymbol{h}^{(k)}$,
3. estimation de la PSF optimale $\boldsymbol{h}^{(k+1)}$ étant donné $\boldsymbol{x}^{(k+1)}$,
4. répéter les étapes 2 et 3 jusqu'à convergence.

Le solution dépend du point de départ :

- **PSF** Si l'on dispose d'une PSF *a priori* : $h^{(0)} = p$,
- **Objet** $x^{(0)}$ doit permettre un bonne estimation de la PSF $h^{(0)}$.

Minimisation alternée

Introduction
Résolution
Régularisation
Minimisation
Conclusion
Résultats

Le critère

$$f_{\text{data}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{h}) + f_{\text{prior}}(\boldsymbol{x}) + f_{\text{prior}}(\boldsymbol{h}) \,.$$

n'est convexe ni homogène.

Minimisation alternée du critère $f_{\text{post}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{h})$:

1. Initialisation de la PSF avec son *a priori* $\boldsymbol{h}^{(0)} = \boldsymbol{p}$,
2. estimation de l'objet optimal $\boldsymbol{x}^{(k+1)}$ étant donné la PSF $\boldsymbol{h}^{(k)}$,
3. estimation de la PSF optimale $\boldsymbol{h}^{(k+1)}$ étant donné $\boldsymbol{x}^{(k+1)}$,
4. répéter les étapes 2 et 3 jusqu'à convergence.

Le solution dépend du point de départ :

- **PSF** Si l'on dispose d'une PSF *a priori* : $\boldsymbol{h}^{(0)} = \boldsymbol{p}$,
- **Objet** $\boldsymbol{x}^{(0)}$ doit permettre un bonne estimation de la PSF $\boldsymbol{h}^{(1)}$.

Minimisation alternée

Introduction
Résolution
Régularisation
Minimisation
Conclusion
Résultats

Le critère

$$f_{\text{data}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{h}) + f_{\text{prior}}(\boldsymbol{x}) + f_{\text{prior}}(\boldsymbol{h}) \,.$$

n'est convexe ni homogène.

Minimisation alternée du critère $f_{\text{post}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{h})$:

1. Initialisation de la PSF avec son *a priori* $\boldsymbol{h}^{(0)} = \boldsymbol{p}$,
2. estimation de l'objet optimal $\boldsymbol{x}^{(k+1)}$ étant donné la PSF $\boldsymbol{h}^{(k)}$,
3. estimation de la PSF optimale $\boldsymbol{h}^{(k+1)}$ étant donné $\boldsymbol{x}^{(k+1)}$,
4. répéter les étapes 2 et 3 jusqu'à convergence.

Le solution dépend du point de départ :

- **PSF** Si l'on dispose d'une PSF *a priori* : $\boldsymbol{h}^{(0)} = \boldsymbol{p}$,
- **Objet** $\boldsymbol{x}^{(0)}$ doit permettre un bonne estimation de la PSF $\boldsymbol{h}^{(1)}$.

Minimisation alternée

Introduction
Résolution
Régularisation
Minimisation
Conclusion
Résultats

Le critère

$$f_{\text{data}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{h}) + f_{\text{prior}}(\boldsymbol{x}) + f_{\text{prior}}(\boldsymbol{h}) \,.$$

n'est convexe ni homogène.

Minimisation alternée du critère $f_{\text{post}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{h})$:

1. Initialisation de la PSF avec son *a priori* $\boldsymbol{h}^{(0)} = \boldsymbol{p}$,
2. estimation de l'objet optimal $\boldsymbol{x}^{(k+1)}$ étant donné la PSF $\boldsymbol{h}^{(k)}$,
3. estimation de la PSF optimale $\boldsymbol{h}^{(k+1)}$ étant donné $\boldsymbol{x}^{(k+1)}$,
4. répéter les étapes 2 et 3 jusqu'à convergence.

Le solution dépend du point de départ :

- **PSF** Si l'on dispose d'une PSF *a priori* : $\boldsymbol{h}^{(0)} = \boldsymbol{p}$,
- **Objet** $\boldsymbol{x}^{(0)}$ doit permettre un bonne estimation de la PSF $\boldsymbol{h}^{(1)}$.

Estimation d'un objet initial

Introduction
Résolution
Régularisation
Minimisation
Conclusion
Résultats

Exemple sur deux types de flou.

Flou disque.

Flou gaussien.

Estimation d'un objet initial

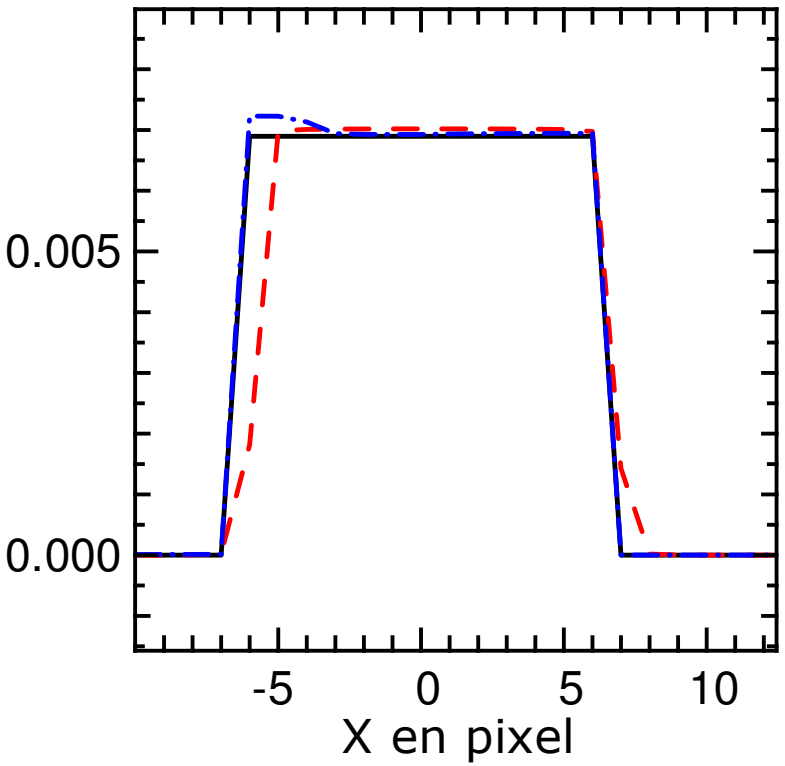
Idée : "Calibrer" la PSF sur les bords francs.

Segmenter les données pour mettre en évidence les bords francs.

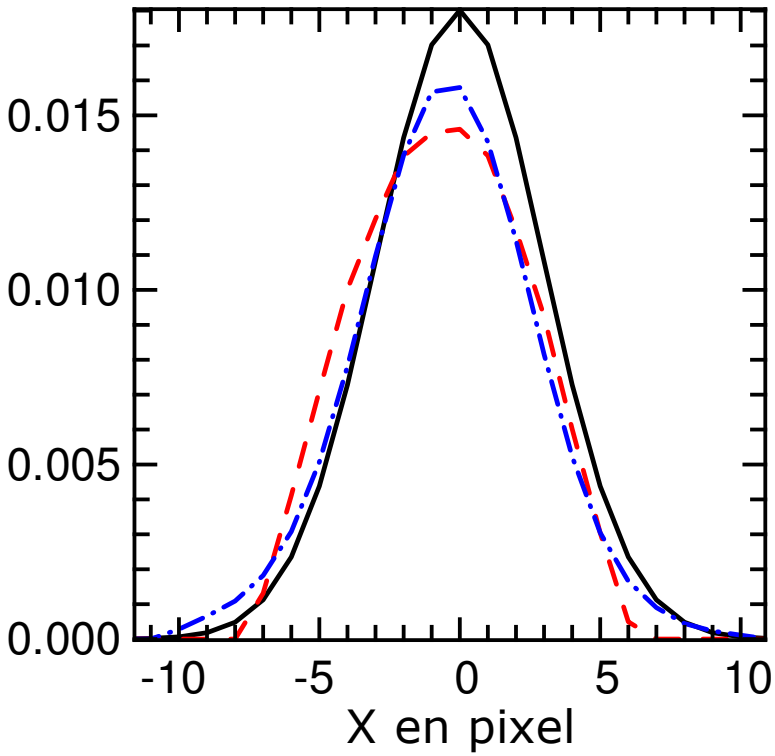
Objet initial proposé ($\boldsymbol{x}^{(0)}$).

Estimation d'un objet initial

Résultats sur deux types de flou.



Coupe de la PSF (disque).



Coupe de la PSF (gaussienne).

−− Première itération ($\boldsymbol{h}^{(1)}$), -·- Convergence ($\boldsymbol{h}^{(\text{fin})}$), — Verité.

Conclusion

Conclusion & Perspectives

Introduction
Résolution
Régularisation
Minimisation
Conclusion
Résultats

Ces approches itératives semblent efficaces dans de nombreuses applications.

Mais : Nombreux choix

- pour la régularisation,
- Pour la méthode de minimisation,
- pour le point de départ.

Conclusion & Perspectives

Introduction
Résolution
Régularisation
Minimisation
Conclusion
Résultats

Ces approches itératives semblent efficaces dans de nombreuses applications.

Mais : Nombreux choix

- pour la régularisation,
- Pour la méthode de minimisation,
- pour le point de départ.

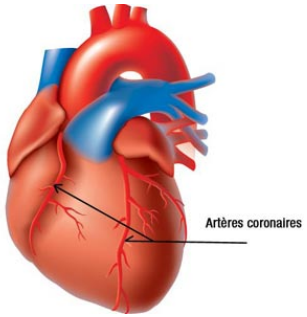
Introduction
Résolution
Régularisation
Minimisation
Conclusion
Résultats
Coronarographie
Microscopie Confocale
Microscopie conventionnelle

Résultats

Séquence vidéo coronarographique

Introduction
Résolution
Régularisation
Minimisation
Conclusion
Résultats
Coronarographie
Microscopie Confocale
Microscopie conventionnelle

Examen radiologique des artère coronaires :



(Observation effectuée par A. Gressard and R. Dauphin à l'hôpital de la Croix-Rousse)

Réglage des hyper-paramètres

Introduction
Résolution
Régularisation
Minimisation
Conclusion
Résultats
Coronarographie
Microscopie Confocale
Microscopie conventionnelle

Quelques constats à propos des données présentées :

La statistique du bruit et la dynamique sont constants :

$\longrightarrow$ Les hyper-paramètres spatiaux sur la PSF et l'objet sont constants.

La statistique du bruit et la dynamique sont invariants spatialement :

$\longrightarrow$ Les hyper-paramètres temporels sur la PSF et l'objet sont spatialement invariant.

Le mouvement de l'objet est très rapide :

Pas de contrainte temporelle sur l'objet.

Seul trois hyper-paramètres doivent être estimés :

Hyper-paramètres spatial et temporel pour la PSF,
Hyper-paramètre spatial pour l'objet.

Réglage des hyper-paramètres

Introduction
Résolution
Régularisation
Minimisation
Conclusion
Résultats
Coronarographie
Microscopie Confocale
Microscopie conventionnelle

Quelques constats à propos des données présentées :

La statistique du bruit et la dynamique sont constants :

$\longrightarrow$ Les hyper-paramètres spatiaux sur la PSF et l'objet sont constants.

La statistique du bruit et la dynamique sont invariants spatialement :

$\longrightarrow$ Les hyper-paramètres temporels sur la PSF et l'objet sont spatialement invariant.

Le mouvement de l'objet est très rapide :

Pas de contrainte temporelle sur l'objet.

Seul trois hyper-paramètres doivent être estimés :

Hyper-paramètres spatial et temporel pour la PSF,
Hyper-paramètre spatial pour l'objet.

Réglage des hyper-paramètres

Introduction
Résolution
Régularisation
Minimisation
Conclusion
Résultats
Coronarographie
Microscopie Confocale
Microscopie conventionnelle

Quelques constats à propos des données présentées :

La statistique du bruit et la dynamique sont constants :

$\longrightarrow$ Les hyper-paramètres spatiaux sur la PSF et l'objet sont constants.

La statistique du bruit et la dynamique sont invariants spatialement :

$\longrightarrow$ Les hyper-paramètres temporels sur la PSF et l'objet sont spatialement invariant.

Le mouvement de l'objet est très rapide :

Pas de contrainte temporelle sur l'objet.

Seul trois hyper-paramètres doivent être estimés :

Hyper-paramètres spatial et temporel pour la PSF,
Hyper-paramètre spatial pour l'objet.

Réglage des hyper-paramètres

Introduction
Résolution
Régularisation
Minimisation
Conclusion
Résultats
Coronarographie
Microscopie Confocale
Microscopie conventionnelle

Quelques constats à propos des données présentées :

La statistique du bruit et la dynamique sont constants :

$\longrightarrow$ Les hyper-paramètres spatiaux sur la PSF et l'objet sont constants.

La statistique du bruit et la dynamique sont invariants spatialement :

$\longrightarrow$ Les hyper-paramètres temporels sur la PSF et l'objet sont spatialement invariant.

Le mouvement de l'objet est très rapide :

Pas de contrainte temporelle sur l'objet.

Seul trois hyper-paramètres doivent être estimés :

Hyper-paramètres spatial et temporel pour la PSF,
Hyper-paramètre spatial pour l'objet.

Réglage des hyper-paramètres

Introduction
Résolution
Régularisation
Minimisation
Conclusion
Résultats
Coronarographie
Microscopie Confocale
Microscopie conventionnelle

Quelques constats à propos des données présentées :

La statistique du bruit et la dynamique sont constants :

$\longrightarrow$ Les hyper-paramètres spatiaux sur la PSF et l'objet sont constants.

La statistique du bruit et la dynamique sont invariants spatialement :

$\longrightarrow$ Les hyper-paramètres temporels sur la PSF et l'objet sont spatialement invariant.

Le mouvement de l'objet est très rapide :

Pas de contrainte temporelle sur l'objet.

Seul trois hyper-paramètres doivent être estimés :

Hyper-paramètres spatial et temporel pour la PSF,
Hyper-paramètre spatial pour l'objet.

Réglage des hyper-paramètres

Introduction
Résolution
Régularisation
Minimisation
Conclusion
Résultats
Coronarographie
Microscopie Confocale
Microscopie conventionnelle

Quelques constats à propos des données présentées :

La statistique du bruit et la dynamique sont constants :

$\longrightarrow$ Les hyper-paramètres spatiaux sur la PSF et l'objet sont constants.

La statistique du bruit et la dynamique sont invariants spatialement :

$\longrightarrow$ Les hyper-paramètres temporels sur la PSF et l'objet sont spatialement invariant.

Le mouvement de l'objet est très rapide :

Pas de contrainte temporelle sur l'objet.

Seul trois hyper-paramètres doivent être estimés :

Hyper-paramètres spatial et temporel pour la PSF,
Hyper-paramètre spatial pour l'objet.

Réglage des hyper-paramètres

Introduction
Résolution
Régularisation
Minimisation
Conclusion
Résultats
Coronarographie
Microscopie Confocale
Microscopie conventionnelle

Quelques constats à propos des données présentées :

La statistique du bruit et la dynamique sont constants :

$\longrightarrow$ Les hyper-paramètres spatiaux sur la PSF et l'objet sont constants.

La statistique du bruit et la dynamique sont invariants spatialement :

$\longrightarrow$ Les hyper-paramètres temporels sur la PSF et l'objet sont spatialement invariant.

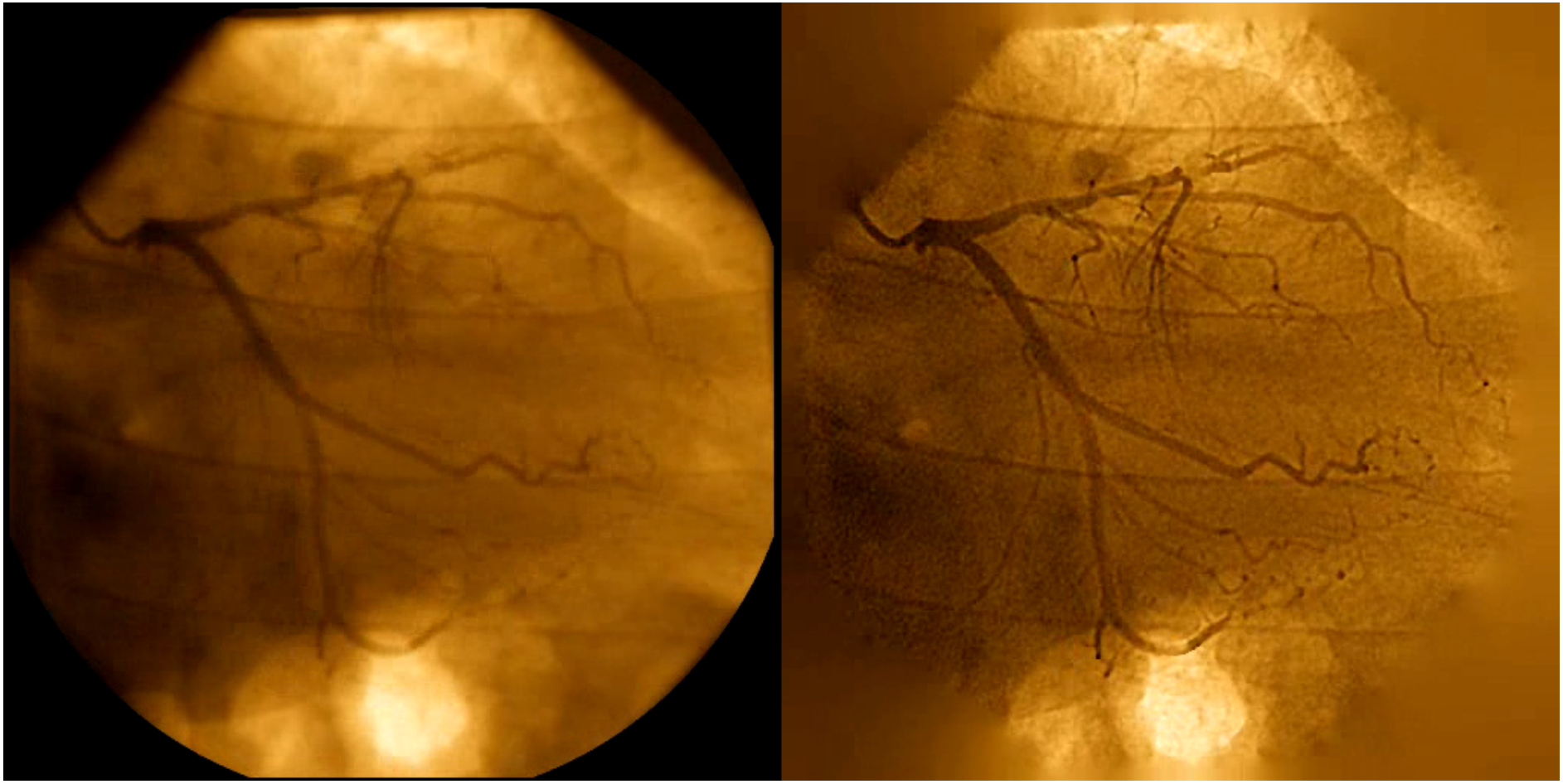
Le mouvement de l'objet est très rapide :

Pas de contrainte temporelle sur l'objet.

Seul trois hyper-paramètres doivent être estimés :

Hyper-paramètres spatial et temporel pour la PSF,
Hyper-paramètre spatial pour l'objet.

Déconvolution aveugle de séquences coronarographiques.

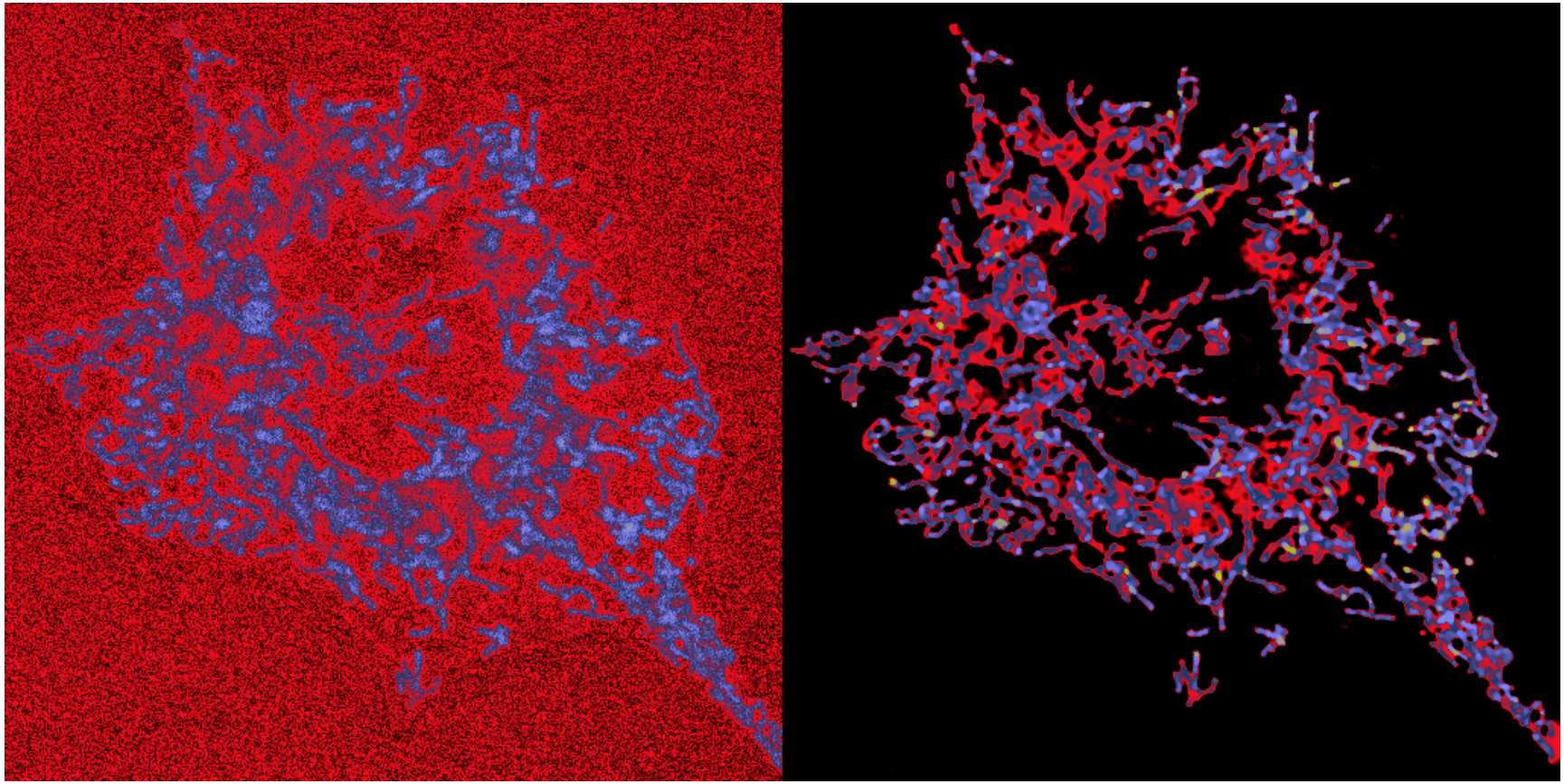


(Observation effectuée par A. Gressard and R. Dauphin à l'hôpital de la Croix-Rousse)
[Soulez *et al.*, ICIP, 2008 ; Soulez *et al.*, EUSIPCO, 2008]

Microscopie Confocale

Introduction
Résolution
Régularisation
Minimisation
Conclusion
Résultats
Coronarographie
Microscopie Confocale
Microscopie conventionnelle

Observation de mitochondries d'une cellule cardiaque Non-Beating HL-1 en microscopie confocale à fluorescence.

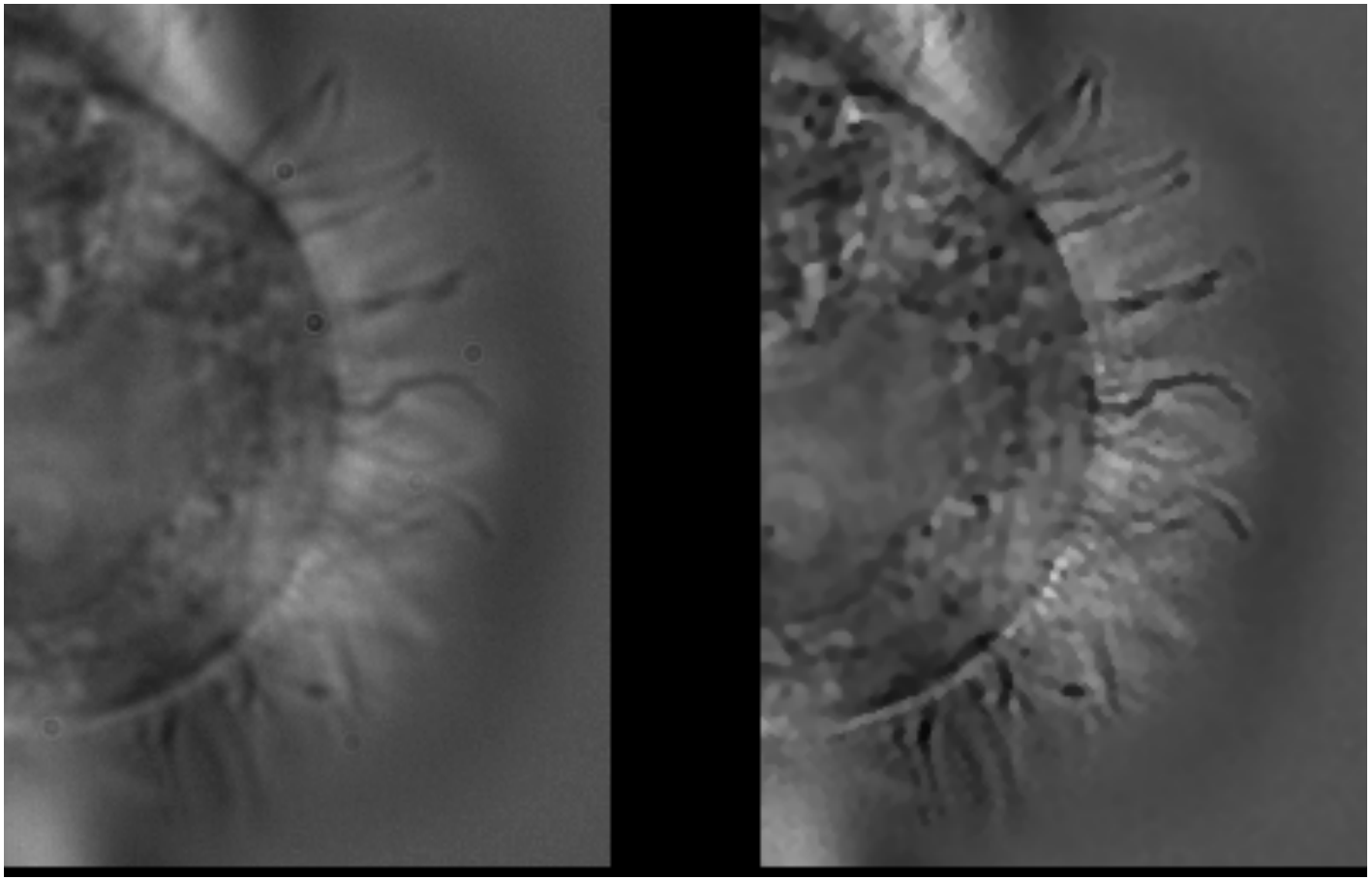


(Expérience effectuée par S. Pelloux et Y. Tourneur)

Microscopie conventionnelle

Introduction
Résolution
Régularisation
Minimisation
Conclusion
Résultats
Coronarographie
Microscopie Confocale
Microscopie conventionnelle

Observation d'une cellule cilliée épithéliale au microscope conventionnel.



(Expérience effectuée par B. Chhin et Y. Tourneur)