

# Reconstruction d'images pour la caméra Compton. Application à la détection des $\gamma$ de fragmentation.

Voichița Maxim, Xavier Lojacono, Rémy Prost

25/05/2012

# Plan

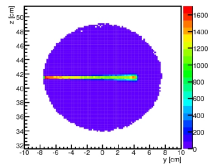
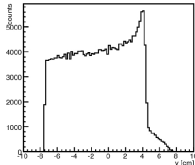
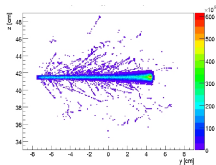
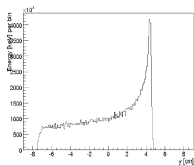
- 1 Imagerie de contrôle en hadronthérapie
- 2 Reconstruction d'images pour la caméra Compton
- 3 Algorithme analytique 3D

# Plan

- 1 Imagerie de contrôle en hadronthérapie
- 2 Reconstruction d'images pour la caméra Compton
  - Les évènements
  - État de l'art
- 3 Algorithme analytique 3D
  - La transformée Compton
  - Formules d'inversion
  - Résultats numériques

# Simulation d'un faisceau de protons

Simulation Geant4 d'une sphère de PMMA irradiée avec un faisceau de protons de 140 MeV.



Carte de l'énergie déposée dans le fantôme.

Position de la dernière interaction dans le fantôme des  $\gamma$  qui s'échappent (création ou diffusion).

On observe une assez bonne concordance entre les deux cartes, une prédominance des énergies faibles ( $<1$  MeV) sur le début du trajet du faisceau dans le fantôme et des énergies très hautes ( $>3$  MeV) vers le pic de Bragg.

(“A tracking Compton-scattering imaging system for hadron therapy monitoring”, M. Frandes, A. Zoglauer, V. Maxim, R. Prost, IEEE TNS, 2010)

# Imagerie de contrôle en hadronthérapie

## But :

- fournir une carte de l'énergie déposée
- en temps réel

## Moyen :

- pas d'information directe
- information indirecte :  $\gamma$  haute énergie produits lors des fragmentations nucléaires

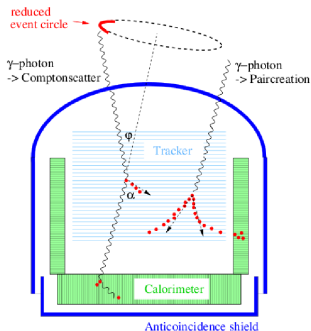
# La détection des particules $\gamma$

Difficultés :

- spectre énergétique large : 0.5–20 MeV
- faible nombre de particules émises : statistique faible
- la détection des  $\gamma$  de haute énergie
- bruit environnant : neutrons

Avantages de la caméra Compton :

- pas de collimation mécanique
- assez robuste au bruit environnant
- donne une image 3D

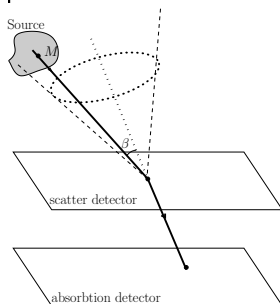


# Plan

- 1 Imagerie de contrôle en hadronthérapie
- 2 Reconstruction d'images pour la caméra Compton
  - Les évènements
  - État de l'art
- 3 Algorithme analytique 3D
  - La transformée Compton
  - Formules d'inversion
  - Résultats numériques

## Les données

Pour un évènement, on mesure la position d'interaction dans le diffuseur, la position d'interaction dans l'absorbeur et les énergies déposées.



On sait alors que la source est localisée sur la surface d'un cône défini par

- les deux points d'interaction dans le détecteur (axe du cône)
- l'angle de diffusion Compton

$$\cos \beta = 1 - \frac{m_e c^2 E_{\text{scat}}}{(E - E_{\text{scat}})E}$$



# État de l'art

## Algorithmes analytiques :

- Reconstruction de la source pour  $\alpha = 0$  (Cree & Bones, 1994)  
Remarque : Les données sont redondantes!
- Utilisation des harmoniques sphériques (Parra, 2000)  
Remarque : On obtient une image 2D sur la surface d'une sphère.  
Pour une image 3D on a besoin de deux caméra Compton.

Conclusion : Méthodes 2D ou qui n'utilisent pas toutes les données.

**Algorithmes itératifs** : L'essentiel des travaux porte sur la façon de construire la matrice des probabilités de transfert du système et sur le calcul rapide.

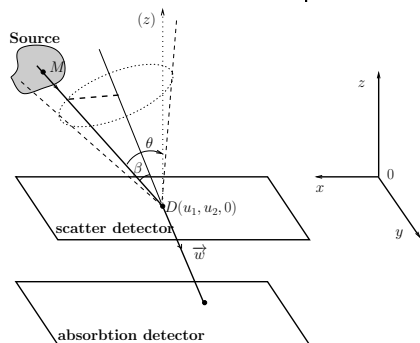
Pour des résolutions spatiale et énergétique parfaites, les éléments de la matrice de transfert sont des intégrales de surface. Lorsque la résolution spatiale et la résolution énergétique sont prises en compte, le modèle devient une intégrale de volume.

# Plan

- 1 Imagerie de contrôle en hadronthérapie
- 2 Reconstruction d'images pour la caméra Compton
  - Les évènements
  - État de l'art
- 3 Algorithme analytique 3D
  - La transformée Compton
  - Formules d'inversion
  - Résultats numériques

# Le cône Compton

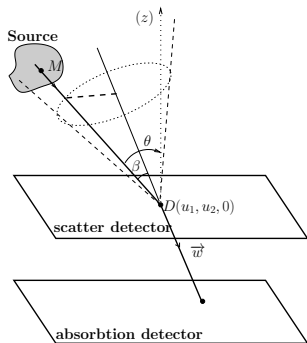
On définit le “cône de réponse”  $\mathcal{C}(u_1, u_2; \alpha, \delta, \beta)$  :



- $(u_1, u_2)$  sont les coordonnées 2D du sommet du cône dans le plan du diffuseur
- l'axe du cône défini par l'inclinaison  $\alpha$  et l'azimut  $\delta$
- l'ouverture du cône : angle  $\beta$

# La transformée Compton

$$Pf(u_1, u_2; \alpha, \delta, \beta) := K(\beta, E) \int_{M \in \mathcal{C}(u_1, u_2; \alpha, \delta, \beta)} f(M) \cos \theta \, dS$$



Les variables :

- les coordonnées 2D du sommet du cône dans le plan du diffuseur

Les paramètres :

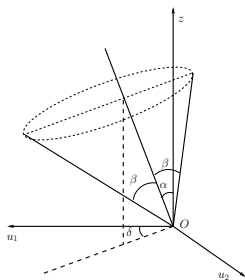
- axe du cône : inclinaison  $\alpha$  et azimut  $\delta$
- ouverture du cône : angle  $\beta$

$$Pf(\cdot, \cdot; \alpha, \delta, \beta) : (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2 \mapsto Pf(u_1, u_2; \alpha, \delta, \beta),$$

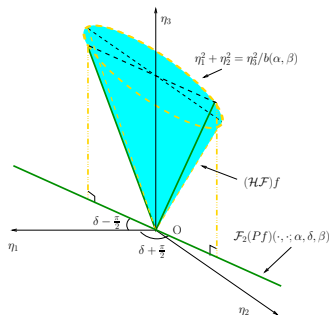
Besoin d'une nouvelle transformée, qui compose la transformée de Fourier avec la transformée de Hankel : la transformée Hankel-Fourier :

$$(\mathcal{H}\mathcal{F}f)(\eta_1, \eta_2, \eta_3) := 2\pi \int_0^\infty z \mathcal{F}_2 f(\eta_1, \eta_2, z) J_0(2\pi z \eta_3) dz.$$

# Théorème coupe-projection



a) Domaine spatial,  
cône  $\mathcal{C}(0, 0; \alpha, \delta, \beta)$



b) Domaine de Fourier,  
cône  $\mathcal{C}_F(\alpha, \beta)$ .

Pour  $\alpha \in [0, \pi/2)$ ,  $\delta \in [0, 2\pi)$  et  $\beta \in (0, \pi/2 - \alpha)$  donnés, la coupe dans la transformée Hankel-Fourier de  $f$  définie par l'intersection du cône  $\mathcal{C}_F(\alpha, \beta)$  avec le plan vertical  $\mathcal{P}_F(\delta)$  coïncide avec la coupe effectuée par le plan  $\mathcal{P}_F(\delta)$  dans la transformée de Fourier 2D de la projection  $Pf(\cdot, \cdot; \alpha, \delta, \beta)$ .

## Formule d'inversion

Pour chaque  $\alpha \in [0, \pi/2[$ ,

$$f(x, y, z) = 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d\eta_1 d\eta_2 \exp(2i\pi(x\eta_1 + y\eta_2)) (\eta_1^2 + \eta_2^2) \\ \times \left( \int_0^{\frac{\pi}{2}-\alpha} \frac{b'_\beta(\alpha, \beta)}{K(\beta, E)} \mathcal{F}_2(Pf)(\eta_1, \eta_2; \alpha, \delta, \beta) J_0(2\pi z b(\alpha, \beta) \sqrt{\eta_1^2 + \eta_2^2}) d\beta \right)$$

- Méthode de reconstruction analytique,
- dans l'esprit de la transformée de Radon inverse,
- 3D,
- aucune collimation mécanique.

*(“Analytical inversion of the Compton transform using the full set of available projections”, V. Maxim, M. Frandes, R. Prost, Inverse Problems 2009)*

## Inversion par retroprojection filtrée

$$f(x, y, z) = \pi \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}-\alpha} \mathcal{F}(\mathcal{R}_{\omega}(Pf))(r; \alpha, \omega + \frac{\pi}{2}, \beta) \\ \times H_z(r, \beta; \alpha, E) \exp(2i\pi r(x \cos \omega + y \sin \omega)) d\beta d\omega dr$$

où

$$\mathcal{F}(\mathcal{R}_{\omega}(Pf))$$

est la transformée de Fourier, de la transformée de Radon, de la transformée de Compton, de  $f$ ,

$$H_z(r, \beta; \alpha, E) = \frac{b'_{\beta}(\alpha, \beta)}{K(\beta, E)} J_0(2\pi z b(\alpha, \beta) r) |r|^3,$$

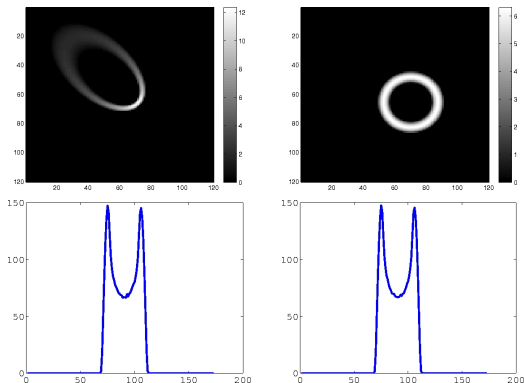
est le filtre,

$$b(\alpha, \beta) = \frac{\sin \beta}{\sqrt{\cos^2 \alpha - \sin^2 \beta}}.$$

(“A filtered backprojection reconstruction algorithm for Compton camera”, X. Lojacono, V. Maxim, A. Zoglauer, F. Peyrin, and R. Prost, Fully 3D 2011)



# Une projection



$$\tau = b(\alpha, \beta)$$

$$\mathcal{P}_{\tau, \delta} = \mathcal{R}_{\delta + \frac{\pi}{2}} \mathcal{C}_{\alpha, \delta, \beta}$$

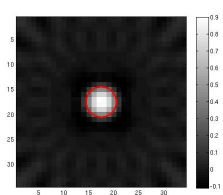
$f(x, y, z)$

$$\sim 2\pi \int_0^\pi \int_{-\infty}^\infty \left( \int_0^\infty \widehat{\mathcal{P}_{\tau, \delta} f}(\rho) J_0(2\pi z \tau \rho) d\tau \right) e^{2i\pi\rho(-x \sin \delta + y \cos \delta)} |\rho|^3 d\rho d\delta$$

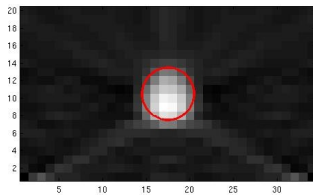
## Données déterministes. Influence de $\alpha$ .

Source sphérique placée à 10 cm du diffuseur, de rayon  $R = 3$  cm.

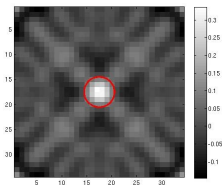
Détecteur de dimensions  $34 \times 34$  cm<sup>2</sup>. Échantillonnage  $N_\beta = 10$ ,  $N_\delta = 20$ .



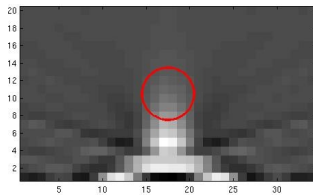
$\alpha = 0$  rad



$\alpha = 0$  rad



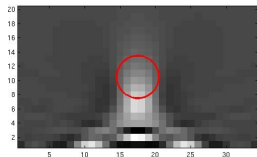
$\alpha = 1.1$  rad



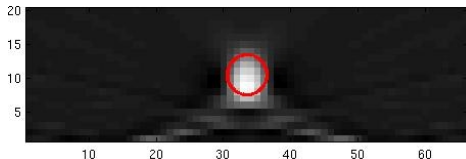
$\alpha = 1.1$  rad

## Données déterministes. Influence de la taille du détecteur.

Source sphérique placée à 10 cm du diffuseur, de rayon  $R = 3$  cm.  
Échantillonnage  $N_\beta = 20$ ,  $N_\delta = 60$ ,  $\alpha = 1$  rad.



$34 \times 34 \text{ cm}^2$



$68 \times 68 \text{ cm}^2$