

IUP MAI3 - M53

19/12/2002

durée: $\leq 2h00$; documents *manuscrits* autorisés

1. Echantillonnage.

Nous considérons la fonction f de \mathbb{R} dans \mathbb{C} , telle que $f \in \mathbb{L}^1(\mathbb{R}) \cap \mathbb{L}^2(\mathbb{R})$ et telle que le support de \hat{f} est contenu dans l'intervalle $]a - b, a + b[$ avec $b > 0$ et $a \in \mathbb{R}$.

- (a) Quelle est la condition de Shannon sur $h > 0$ associée à l'échantillonnage de f aux points kh où $k \in \mathbb{Z}$?
- (b) Donnez la formule d'interpolation de Fourier de f mesurée aux points $k\frac{\pi}{b}$, $\forall k \in \mathbb{Z}$.

2. Calcul d'un filtre passe-bas.

Soit la fonction $f \in \mathbb{L}^2(\mathbb{R})$ telle que $\hat{f}(\xi) = \cos(\frac{\pi}{2b}\xi)\chi_{[-b,b]}(\xi)$.

- (a) Pourquoi pouvons nous dire que f est un filtre passe bas?
- (b) Pourquoi $\hat{f} \in \mathbb{L}^1(\mathbb{R})$?
- (c) Calculez $f(x)$
(on rappelle $\cos \alpha \cos \beta = 1/2(\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta))$).